

Министерство образования Российской Федерации  
Российский химико-технологический университет им. Д. И. Менделеева

# **ДИНАМИЧЕСКИЕ ЗВЕНЬЯ ВРЕМЕННЫЕ ХАРАКТЕРИСТИКИ**

*Учебное пособие*

Москва 2001

Министерство образования Российской Федерации  
Российский химико-технологический университет им. Д.И. Менделеева

**ДИНАМИЧЕСКИЕ ЗВЕНЬЯ  
ВРЕМЕННЫЕ ХАРАКТЕРИСТИКИ**

Утверждено Редакционным  
советом университета  
в качестве учебного пособия

Москва 2001

УДК 66.01 –52(076)

ББК 35 я73

Д44

Рецензенты:

Доктор технических наук, профессор, проректор по учебной работе  
Московского государственного университета инженерной экологии

*М.Г. Беренгартен*

Доктор технических наук, профессор, заведующий кафедрой кибернетики  
химико-технологических процессов Российского химико-технологического  
университета им. Д. И. Менделеева

*Л.С. Гордеев*

Д44 Динамические звенья. Временные характеристики. Учеб. пособие /

А. В. Беспалов, Н. И. Харитонов, С. Е. Золотухин, Л. Н. Финякин,

А. С. Садиленко, В. Н. Грунский;

РХТУ им. Д. И. Менделеева. М., 2001. 80 с.

ISBN 5-7237-0328-5

В пособии рассмотрены свойства типовых динамических звеньев применительно к курсу СУ ХТП, даны их дифференциальные уравнения и метод их решения. Показана плодотворность введения понятия передаточной функции. Даны временные характеристики типовых динамических звеньев. Рассмотрены также соединения типовых динамических звеньев. Представленные в пособии задачи могут быть использованы на практических занятиях по курсу «Системы управления химико-технологическими процессами».

Пособие предназначено для студентов химико-технологических специальностей.

УДК 66.01 –52(076)

ББК 35 я73

ISBN 5-7237-0328-5

© Российский химико-технологический  
университет им. Д. И. Менделеева, 2001

## Содержание

1. Типовые динамические звенья .....	4
1.1. Классификация типовых динамических звеньев .....	4
1.2. Решение дифференциальных уравнений операционным методом.....	6
1.3. Временные характеристики .....	12
ЗАДАЧИ .....	14
2. Соединения (комбинации) звеньев.....	43
2.1. Типовые комбинации звеньев.....	43
ЗАДАЧИ .....	47
Приложение .....	75

## 1. ТИПОВЫЕ ДИНАМИЧЕСКИЕ ЗВЕНЬЯ

Элементы автоматической системы управления химико-технологическими процессами (АСУ ХТП) можно представить в виде типовых динамических звеньев, а также их соединений (комбинаций).

Динамические звенья называют типовыми, если изменение проходящего через них сигнала можно описать алгебраическим или дифференциальным уравнением не выше второго порядка (как правило, это линейные неоднородные дифференциальные уравнения с постоянными коэффициентами). Ниже приведена классификация основных типовых динамических звеньев. Во всех случаях зависимая переменная (выходной сигнал) обозначена  $y$ , независимая переменная (время)  $\tau$ , а вынуждающая функция (возмущение, входное воздействие)  $x$ .

### 1.1. Классификация типовых динамических звеньев

**Статическое звено нулевого порядка** (безынерционное, усилительное, пропорциональное):

$$y(\tau) = Kx(\tau),$$

где  $K$  – статический коэффициент усиления.

**Статическое звено первого порядка** (апериодическое, инерционное, устойчивое):

$$T \frac{dy}{d\tau} + y = Kx,$$

где  $T$  – постоянная времени.

**Статическое звено второго порядка** (инерционное, устойчивое):

$$a_2 \frac{d^2 y}{d\tau^2} + a_1 \frac{dy}{d\tau} + a_0 y = b_0 x,$$

обозначив 
$$K = \frac{b_0}{a_0}, \quad T^2 = \frac{a_2}{a_0}, \quad 2T\zeta = \frac{a_1}{a_0},$$

получим

$$T^2 \frac{d^2 y}{d\tau^2} + 2\zeta T \frac{dy}{d\tau} + y = Kx,$$

или

$$\frac{1}{\omega_0^2} \frac{d^2 y}{d\tau^2} + \frac{2\zeta}{\omega_0} \frac{dy}{d\tau} + y = Kx,$$

где  $\zeta$  – коэффициент демпфирования,  $\omega_0$  – частота свободных колебаний (собственная частота) недемпфированной системы.

В зависимости от значения  $\zeta$  различают следующие статические звенья второго порядка:

$\zeta \geq 1$  – аperiodическое;

$0 < \zeta < 1$  – колебательное;

$\zeta = 0$  – консервативное.

Если  $\zeta = 1$ , то демпфирование называют критическим.

**Идеальное интегрирующее звено** (астатическое, нейтральное):

$$T_a \frac{dy}{d\tau} = x,$$

где  $T_a$  – постоянная времени интегрирования.

**Реальное интегрирующее звено** (нейтральное звено второго порядка):

$$TT_a \frac{d^2 y}{d\tau^2} + T_a \frac{dy}{d\tau} = x,$$

**Идеальное дифференцирующее звено**

$$y = T_d \frac{dx}{d\tau},$$

где  $T_d$  – постоянная времени дифференцирования.

**Реальное дифференцирующее звено**

$$T \frac{dy}{d\tau} + y = T_d \frac{dx}{d\tau}$$

**Звено запаздывания**

$$y(\tau) = x(\tau - \tau_{\text{зап}}),$$

где  $\tau_{\text{зап}}$  – время транспортного (или чистого) запаздывания.

**Неустойчивое звено первого порядка**

$$T \frac{dy}{d\tau} - y = Kx$$

## **1.2. Решение дифференциальных уравнений операционным методом**

Решаются указанные дифференциальные уравнения широко распространенным методом преобразования Лапласа, позволяющим ввести понятие передаточной функции и получить частотные характеристики.

Преобразование Лапласа – математический метод, позволяющий сравнительно просто решать линейные дифференциальные уравнения. В результате преобразования дифференциальное уравнение (оригинал) приобретает форму алгебраического уравнения (изображения), в котором в качестве независимой переменной вместо времени  $\tau$  используется комплексная переменная  $s$ . Применяя к решению полученного алгебраического уравнения обратное преобразование Лапласа, находим решение исходного дифференциального уравнения. Как правило, уравнения переходного процесса в системе автоматического управления решаются именно этим методом: из-за наличия достаточно полных таблиц преобразований Лапласа. Другая причина широкого распространения преобразования Лапласа – возможность ввести понятие передаточной функции и получить частотные характеристики системы автоматического управления.

Преобразование Лапласа для временной функции запишем в виде:

$$F(s) = L[f(\tau)] = \int_0^{\infty} f(\tau) e^{-s\tau} d\tau,$$

где  $F(s)$  – функция комплексной переменной  $s$ ,  $L$  – символ прямого преобразования Лапласа.

### 1.2.1. Свойства преобразования Лапласа

- **Линейность**

Если функции  $f_1(\tau)$  и  $f_2(\tau)$  являются оригиналами и их изображения есть соответственно  $L[f_1(\tau)]$  и  $L[f_2(\tau)]$  и если величины  $c_1$  и  $c_2$  не зависят от  $\tau$  и  $s$ , то справедливо равенство:

$$L[c_1 f_1(\tau) + c_2 f_2(\tau)] = c_1 L[f_1(\tau)] + c_2 L[f_2(\tau)].$$

- **Дифференцирование оригинала**

Если функция  $f(\tau)$  и её производная  $f'(\tau)$  являются оригиналами, то справедливо равенство:

$$L[f'(\tau)] = s L[f(\tau)] - f(0),$$

где

$$f(0) = \lim_{\tau \rightarrow +0} f(\tau).$$

В случае преобразования второй производной:

$$L[f''(\tau)] = s^2 L[f(\tau)] - s f(0) - f'(0).$$

В случае преобразования производной порядка  $n$ :

$$L[f^{(n)}(\tau)] = s^n L[f(\tau)] - s^{n-1} f(0) - \dots - s f^{(n-1)}(0) - f^{(n-1)}(0),$$

где

$$f^{(n)}(0) = \lim_{\tau \rightarrow +0} \frac{d^n f(\tau)}{d\tau^n}.$$

Таким образом, дифференцированию оригиналов отвечает умножение изображений на  $s$ . Это свойство позволяет сводить решение линейных дифференциальных уравнений с постоянными коэффициентами в области оригиналов к решению алгебраических уравнений в области изображений.

Чтобы упростить решение дифференциальные уравнения записывают в отклонениях от подходящим образом выбранного (обычно – номинального) режима, что приводит к нулевым начальным условиям (начальные значения функции и её производных равны нулю).

- **Интегрирование оригинала**

Если функция  $f(\tau)$  является оригиналом и  $L[f(\tau)]$  – его изображение, то справедливо равенство:

$$L \left[ \int_0^{\tau} f(t) dt \right] = \frac{L[f(\tau)]}{s},$$

т.е. интегрированию в области оригиналов соответствует деление изображения на  $S$ .

- **Теорема запаздывания**

Если функция  $f(\tau)$  является оригиналом и  $L[f(\tau)]$  – его изображение, то изображение смещённого оригинала  $L[f(\tau-c)]$ , где  $c>0$ , определяется равенством

$$L[f(\tau-c)] = L[f(\tau)] \cdot e^{-cs}$$

### 1.2.2. Передаточная функция

Передаточной функцией звена  $W(s)$  называется отношение изображения выходного сигнала  $L[y(\tau)]$  к изображению входного сигнала  $L[x(\tau)]$  при нулевых начальных условиях:

$$W(s) = \frac{L[y(\tau)]}{L[x(\tau)]}$$

*Пример 1:* Получить дифференциальное уравнение термоэлектрического преобразователя (термопары), связывающее ЭДС термопары с измеряемой температурой:

*Решение:* Термоэлектрический преобразователь (первичный измерительный преобразователь, часто называемый термопарой) широко применяется в системах диагностики и управления. Входной величиной термоэлектрического преобразователя является температура  $t$  измеряемой среды, а выходной величиной – термоэлектродвижущая сила  $E$ .

Сделаем следующие допущения:

а) рабочий спай термопары обменивается теплом (за счёт конвекции) только со средой, температура которой измеряется; количество тепла, которое передается к рабочему спаю термопары или от него за счёт

теплопроводности (по проводам термопары) и за счёт лучистого теплообмена пренебрежимо мало;

б) температура внутри рабочего спая термопары везде одинакова;

в) температура свободных концов термопары равна  $0^{\circ}\text{C}$ ;

г) зависимость между ЭДС термопары и температурой её рабочего спая линейна.

В равновесном состоянии, когда температура рабочего спая термопары равна температуре измеряемой среды, термоэлектродвижущая сила  $E$  термопары определённа и неизменна. Предположим, что в какой-то момент времени температура среды ступенчато возросла на  $\Delta t$ . Вследствие разности температур измеряемой среды и рабочего спая термопары последний нагревается до температуры среды. Нагрев рабочего спая термопары происходит не мгновенно, а в течение некоторого времени, зависящего от тепловой ёмкости рабочего спая и сопротивления передаче тепла. Количество тепла  $dQ$ , переданное от измеряемой среды рабочему спаю термопары за бесконечно малый отрезок времени, определяется уравнением:

$$dQ = \alpha A (t - \theta) d\tau, \quad (1.1)$$

где  $\alpha$  – коэффициент теплоотдачи конвекцией;  $A$  – поверхность теплопередачи рабочего спая;  $t$  – температура среды;  $\theta$  – температура рабочего спая термопары;  $\tau$  – время.

Количество тепла  $dQ$ , полученного термопарой при её нагреве на  $d\theta$  градусов, равно:

$$dQ = mc d\theta, \quad (1.2)$$

где  $m$  – масса рабочего спая термопары;  $C$  – удельная теплоемкость спая.

Приравнивая выражения (1.1) и (1.2), получим:

$$\frac{mc}{\alpha A} \frac{d\theta}{d\tau} + \theta = t \quad (1.3)$$

Зависимость термоэлектродвижущей силы  $E$  термоэлектрического преобразователя от температуры  $\theta$  рабочего спая считаем линейной и аппроксимируем статическим звеном нулевого порядка (усилительным), т.е.:

$$E = K \theta, \quad (1.4)$$

где  $K$  – коэффициент пропорциональности.

Из уравнения (1.4) выражаем  $\theta$  через  $E$  и подставляем в уравнение (1.3):

$$\frac{mc}{\alpha A} \frac{dE}{d\tau} + E = K t$$

или, обозначая  $mc/\alpha A$  через  $T$ , получаем окончательное выражение:

$$T \frac{dE}{d\tau} + E = K t \quad (1.5)$$

Полученное дифференциальное уравнение показывает, что по динамическим свойствам термоэлектрический преобразователь соответствует статическому звену первого порядка.

*Пример 2:* Найти передаточную функцию термоэлектрического преобразователя (статического звена первого порядка), уравнение динамики которого получено в предыдущем примере.

*Решение:* Преобразуем дифференциальное уравнение (1.5) по Лапласу, воспользовавшись свойством линейности:

$$T L \left( \frac{dE}{d\tau} \right) + L(E) = K L(t).$$

Затем, применяя теорему о дифференцировании оригинала, получим:

$$T [s L(E) - E(0)] + L(E) = K L(t).$$

Учитывая, что по определению передаточной функции начальные условия являются нулевыми, т.е.  $E(0) = 0$ , получим алгебраическое уравнение:

$$L(E) (Ts + 1) = K L(t),$$

откуда следует отношение Лапласовых изображений выходной и входной величин:

$$W(s) = \frac{L(E)}{L(t)} = \frac{K}{Ts + 1}.$$

### 1.3. Временные характеристики

О динамических свойствах звена (или системы) судят по реакции на типовые входные воздействия (единичное ступенчатое, единичное импульсное, с постоянной скоростью – рамповое и т. д.).

*Единичное ступенчатое воздействие* (функция Хевисайда).

Аналитическое выражение  $x=I(\tau)$ . Его изображение  $L[I(\tau)] = 1/s$  находим в таблице преобразований Лапласа

*Единичное импульсное воздействие* (дельта-функция Дирака).

Аналитическое выражение  $x = \delta(\tau)$ . Его изображение  $L[\delta(\tau)] = 1$  находим в таблице преобразований Лапласа.

*Единичное рамповое воздействие* (воздействие с постоянной скоростью). Аналитическое выражение  $x = \tau \cdot I(\tau)$ . Его изображение  $L[\tau \cdot I(\tau)] = 1/s^2$  находим в таблице преобразований Лапласа.

Изменения во времени выходной величины звена (системы) называют *временными характеристиками* звена (системы) или кривыми отклика.

*Переходная характеристика* – аналитическое выражение отклика звена на единичное ступенчатое входное воздействие при нулевых начальных условиях:

$$h(\tau) = L^{-1} \left[ W(s) \frac{1}{s} \right].$$

Произведение передаточной функции на изображение единичного ступенчатого воздействия, стоящее в квадратных скобках, соответствует изображению переходной характеристики, а знак  $L^{-1}$  – символ обратного преобразования Лапласа. Графическое изображение переходной функции – *кривая разгона*.

*Импульсная переходная характеристика* (весовая функция) – аналитическое выражение отклика звена на единичное импульсное входное воздействие при нулевых начальных условиях:

$$w(\tau) = L^{-1} [ W(s) \cdot 1 ].$$

Графическое изображение импульсной переходной функции – *кривая веса*.

*Рамповая переходная характеристика* – аналитическое выражение отклика звена на единичное рамповое входное воздействие при нулевых начальных условиях:

$$y(\tau) = L^{-1} \left[ W(s) \frac{1}{s^2} \right].$$

Переходная, импульсная переходная и рамповая переходная характеристики являются частными случаями временных характеристик.

## ЗАДАЧИ

**1.1.** Получите дифференциальное уравнение стеклянного ртутного термометра, если известно, что объём находящейся в нём ртути  $10^{-7} \text{ м}^3$ , площадь поверхности теплопередачи  $10^{-4} \text{ м}^2$ , удельная теплоёмкость ртути  $140 \text{ Дж}/(\text{кг}\cdot\text{К})$ , плотность ртути  $13600 \text{ кг}/\text{м}^3$ , а коэффициент теплопередачи от воздуха к ртути в условиях работы термометра равен  $16 \text{ Вт}/(\text{м}^2\cdot\text{К})$  (теплоёмкостью стекла можно пренебречь).

**1.2.** Дано дифференциальное уравнение дифманометра:

$$10 \frac{d^2 y}{d\tau^2} + 5 \frac{dy}{d\tau} + 3y = 5x,$$

где  $x$  – измеряемая разность давления, а  $y$  – показания дифманометра.

Получите передаточную функцию дифманометра. Какому типовому динамическому звену соответствует дифманометр по своим динамическим свойствам?

**1.3.** Постоянная времени манометрического термометра при измерении температуры газового потока равна 6 мин.

Напишите дифференциальное уравнение манометрического термометра. Пользуясь преобразованием Лапласа, найдите динамическую погрешность манометрического термометра через 6 мин после ступенчатого изменения температуры газового потока от  $20^\circ\text{C}$  до  $100^\circ\text{C}$ .

*Решение:*

Полагая, что по своим динамическим свойствам манометрический термометр соответствует статическому звену первого порядка, запишем его дифференциальное уравнение в виде:

$$6 \frac{d\theta}{d\tau} + \theta = t,$$

где  $\theta$  – показания термометра, а  $t$  – измеряемая температура.

Будем считать, что статическая погрешность термометра пренебрежимо мала и что термометр находился в тепловом равновесии с измеряемой средой до изменения её температуры. В этом случае показание термометра было равно температуре газового потока:

$$\theta = t = 20^{\circ}\text{C}$$

Чтобы перейти к нулевым начальным условиям, примем за начало отсчёта температуру  $20^{\circ}\text{C}$ , введем новые переменные в виде отклонений параметров от их начальных значений:

$$\Delta t = t - 20$$

$$\Delta \theta = \theta - 20$$

и перепишем дифференциальное уравнение манометрического термометра, используя введённые переменные:

$$6 \frac{d(20 + \Delta \theta)}{d\tau} + (20 + \Delta \theta) = (20 + \Delta t).$$

После простейших преобразований получим приведённое к нулевым начальным условиям уравнение манометрического термометра в отклонениях параметров от начальных значений:

$$6 \frac{d\Delta \theta}{d\tau} + \Delta \theta = \Delta t.$$

Передаточная функция манометрического термометра:

$$W(s) = \frac{L(\Delta \theta)}{L(\Delta t)} = \frac{1}{6s+1}.$$

Для ступенчатого изменения температуры на  $\Delta t$ :

$$L[\Delta\theta(\tau)] = W(s) L[\Delta t \cdot 1(\tau)] = \frac{1}{6s+1} \frac{\Delta t}{s},$$

откуда, выполнив обратное преобразование Лапласа, найдем изменение показаний термометра во времени:

$$\Delta\theta(\tau) = L^{-1} \left[ \frac{1}{6s+1} \frac{\Delta t}{s} \right] = \Delta t (1 - e^{-\frac{\tau}{6}}).$$

Через 6 мин после ступенчатого изменения температуры от 20°C до 100°C изменение показаний термометра будет следующим:

$$\Delta\theta(\tau) = (100 - 20) (1 - e^{-\frac{6}{6}}) = 80 \cdot 0,632 = 50,6^\circ\text{C}.$$

Показание манометрического термометра через 6 мин:

$$\theta = 20 + 50,6 = 70,6^\circ\text{C}.$$

Динамическая погрешность («недоход») манометрического термометра:

$$\theta - t = 70,6 - 100 = -29,4^\circ\text{C}.$$

Определите динамическую погрешность манометрического термометра через  $\tau = 2T, 3T, 4T, 5T$ . Как изменяется динамическая погрешность с увеличением времени?

**1.4.** При сжигании 1900 м<sup>3</sup>/ч природного газа в печи устанавливается температура 1300°C. Найти статический коэффициент усиления печи, если при увеличении расхода газа до 2400 м<sup>3</sup>/ч температура в печи повышается до 1400°C.

**1.5.** Дана передаточная функция динамического звена:

$$W(s) = \frac{3}{5s+1}$$

Назовите звено и получите дифференциальное уравнение. Найдите переходную функцию этого звена и нарисуйте кривую разгона. Найдите импульсную переходную функцию этого звена и нарисуйте кривую веса. Найдите рамповую переходную функцию этого звена, т.е. отклик звена на входное возмущающее воздействие  $x = \tau \cdot I(\tau)$  и нарисуйте соответствующую кривую отклика.

**1.6.** Функция веса статического звена первого порядка изображена на рис. 1.1. Найдите параметры передаточной функции.

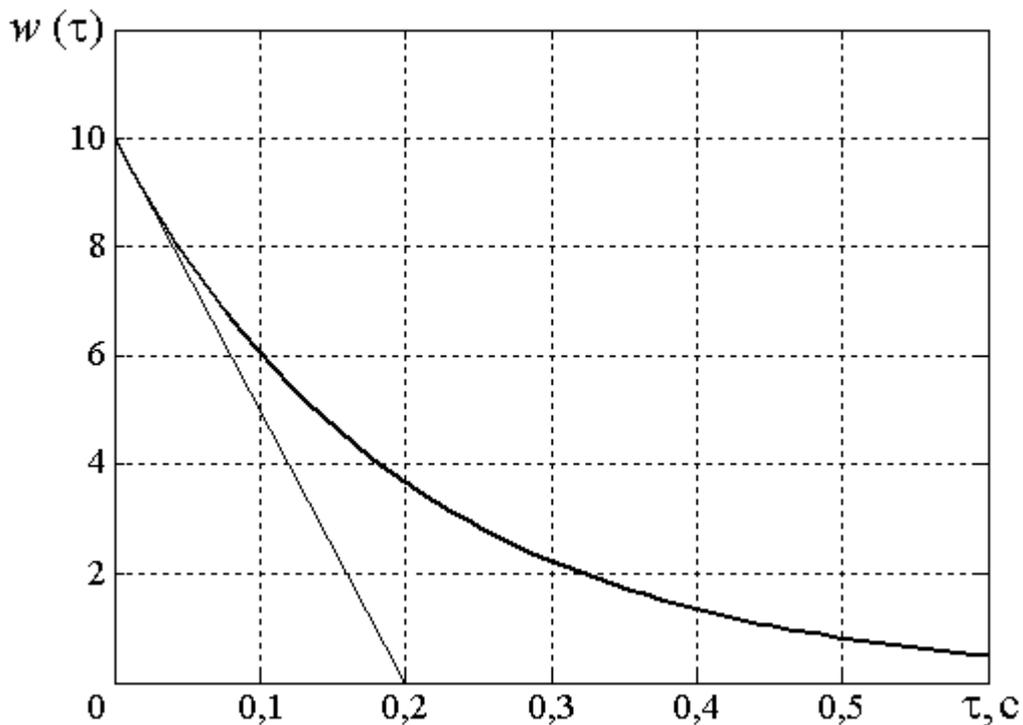


Рис. 1.1

**1.7.** На вход статического звена первого порядка с постоянной времени  $T = 15$  с и коэффициентом усиления  $K = 2$  подали единичное ступенчатое воздействие при нулевых начальных условиях. Чему равна выходная величина звена через 15 с, 30 с, 45 с, 60 с ?

**1.8.** Покажите, что кривая разгона статического звена первого порядка обладает следующими свойствами:

а) разница между новым установившимся значением выходной величины  $y_{\infty}$  и её начальным значением  $y_0$  равна  $K$ ;

б) в точке  $\tau = 0$  скорость изменения выходной величины  $y$  равна  $K/T$ ;

в) касательная к кривой разгона при  $\tau = 0$  пересекает асимптоту в точке  $\tau = T$ ;

г) величина подкасательной (проекция касательной на асимптоту) равна  $T$  и не зависит от точки проведения касательной.

д) за время  $\tau = T$  выходная величина звена достигает 63% от установившегося значения.

В инженерных расчетах считается, что выходная величина процесса достигает своего установившегося состояния через  $\tau = 4,6T$ .

Какова величина фактического недохода при  $\tau = 4,6T$ ?

**1.9.** Резервуар, постоянная времени которого равна 1 мин, а жидкость вытекает через отверстие с гидравлическим сопротивлением 1/90 м/(л/мин), работает в статическом режиме при расходе жидкости 10 л/мин. В момент времени  $\tau = 0$  подача жидкости в резервуар увеличена до 100 л/мин, поддерживалась такой в течение 0,1 мин, после чего снова уменьшена до 10 л/мин. За счёт этого в резервуар поступило дополнительно 9 литров жидкости. Представьте графически изменение уровня жидкости в баке и сравните с импульсной переходной характеристикой бака, которая была бы получена при мгновенном добавлении в бак 9 литров воды.

**1.10.** Стекланный термометр с постоянной времени 2 мин, показывает  $36^{\circ}\text{C}$  через 2 мин после ступенчатого изменения температуры газового потока от  $20^{\circ}\text{C}$ .

Сколько времени потребуется для достижения того же показания, если вместо стекланныго термометра использовать манометрический термометр с постоянной времени 6 мин? Сравните динамические погрешности термометров через 2 мин после изменения температуры газового потока.

**1.11.** Для измерения температуры используется стекланный ртутный термометр, у которого резервуар для ртути имеет очень тонкие стенки. В одном из экспериментов термометр нагрели до постоянной температуры в муфельной печи, после чего быстро перенесли в воздух при комнатной температуре и отмечали показания термометра во времени. Полученные результаты приведены в табл. 1.1

Таблица 1.1

Время, с	2	4	6	8	10	15	20	25	600
Показания термометра, $^{\circ}\text{C}$	101,9	87,0	74,9	64,9	56,8	42,3	33,5	28,2	20,0

В другом эксперименте использовали тот же самый термометр для наблюдения за нагревом воздуха. Через некоторое время после начала измерения термометр показывал линейное увеличение температуры со скоростью  $0,5^{\circ}\text{C}/\text{с}$ . Определить, какова на самом деле температура воздуха, если термометр показывает  $90^{\circ}\text{C}$ .

**1.12.** Магнитный газоанализатор для определения содержания кислорода в газовых смесях по динамическим свойствам соответствует статическому звену первого порядка с постоянной времени, равной 10 с, и коэффициентом усиления, равным 1.

Напишите дифференциальное уравнение магнитного газоанализатора. Получите, пользуясь преобразованием Лапласа, передаточную функцию магнитного газоанализатора. Определите показания магнитного газоанализатора через 10, 20 и 40 с после ступенчатого изменения концентрации кислорода от 15 до 21%.

**1.13.** Первичный измерительный преобразователь магнитного газоанализатора (см. задачу 1.12) соединен с реактором трубкой для отбора проб анализируемой газовой смеси, из-за чего появляется транспортное запаздывание, равное 5 с.

Какими будут показания магнитного газоанализатора через 10, 20 и 40 с после такого же ступенчатого изменения концентрации кислорода, как в задаче 1.12? Рассчитайте длину трубки для отбора проб, если известны её диаметр (0.01 м) и расход газового потока (60 л/ч).

**1.14.** Термокондуктометрический газоанализатор ИВА–1В11 предназначен для измерения концентрации водорода в контуре охлаждения турбогенераторов. Благодаря некоторым оригинальным техническим решениям газоанализатор обладает уникальным быстродействием.

Предполагая, что по своим динамическим свойствам газоанализатор ИВА–1В11 соответствует статическому звену первого порядка, определите его постоянную времени, если время установления показаний газоанализатора  $\tau_{0,9} = 15$  с (время установления показаний  $\tau_{0,9}$  определяют как время, в течение которого изменение показаний газоанализатора достигнет 90% полного изменения показаний, вызванного ступенчатым изменением концентрации водорода).

**1.15.** Дана передаточная функция трубопровода:

$$W(s) = e^{-5s}$$

Назовите звено. Получите переходную функцию трубопровода и нарисуйте кривую разгона для него.

**1.16.** По динамическим свойствам газоанализатор соответствует статическому звену первого порядка с постоянной времени  $T = 15$  с, и коэффициентом усиления  $K = 1$ . Для отбора проб анализируемой газовой смеси первичный измерительный преобразователь газоанализатора соединен с реактором трубкой длиной 10 м и диаметром 0,006 м. Расход газа, отбираемого из реактора, равен 100 л/ч.

Получите передаточную функцию газоанализатора вместе с трубкой для отбора проб и постройте кривую разгона, показывающую, как меняются во времени показания газоанализатора при ступенчатом изменении концентрации газа в реакторе на 2%.

**1.17.** Установка состоит из подогревателя и потенциометра КСПЗ с регулятором, поддерживающим температуру в подогревателе, равную 120°C. В подогреватель поместили два теплоприемника: терморезистор термометра сопротивления и термобаллон манометрического термометра. После того, как температура теплоприемников достигла 120°C и некоторое время оставалась постоянной, теплоприемники быстро вынули из подогревателя и поместили в среду с комнатной температурой, тем самым имитируя скачкообразное понижение измеряемой температуры. Полученные в результате такого эксперимента кривые разгона термометров показаны на рис. 1.2. По кривым разгона определите значение постоянной времени  $T$  каждого термометра четырьмя способами и сравните полученные результаты (статической погрешностью термометров пренебречь).

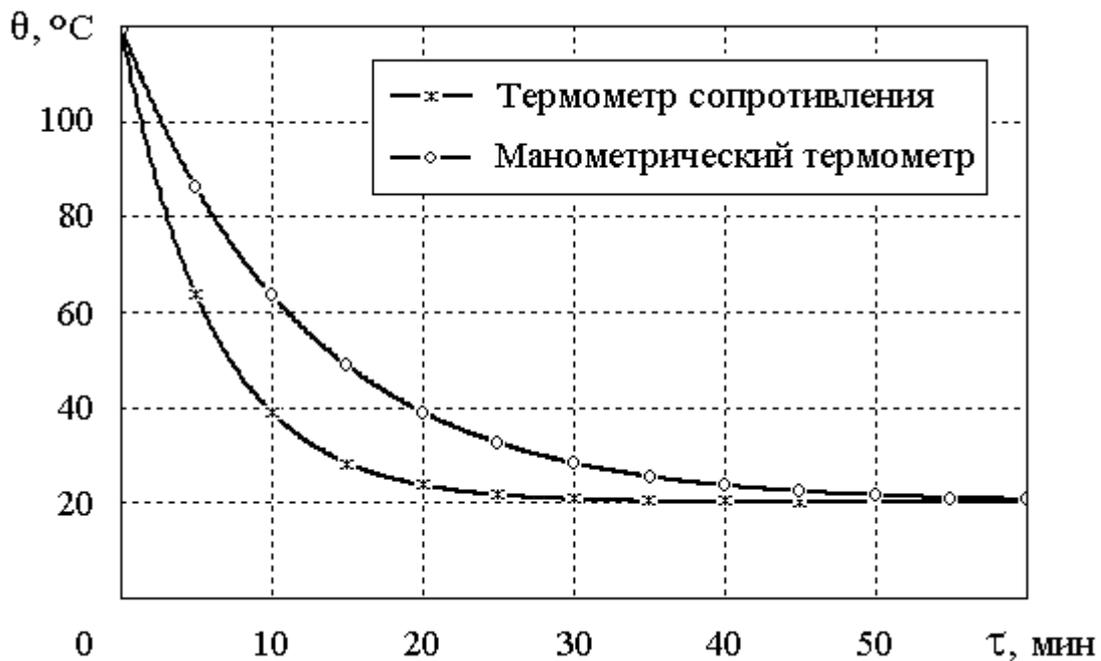


Рис. 1.2

*Способ 1.* Провести касательную к кривой разгона в точке, соответствующей некоторому произвольному моменту времени  $\tau_1$  (часто выбирают  $\tau_1 = 0$ ); пересечение касательной с асимптотой даст второй момент времени  $\tau_2$ . Постоянная времени  $T = \tau_2 - \tau_1$ .

*Способ 2.* Исходя из соотношения

$$\frac{\theta(\tau) - \theta(\infty)}{\theta(\tau+T) - \theta(\infty)} = e,$$

где  $\theta(\tau)$  – показание термометра в момент времени  $\tau$ ,  $\theta(\infty)$  – конечное установившееся показание термометра.

*Способ 3.* По котангенсу угла наклона прямой линии:

$$\ln \frac{\theta(\infty) - \theta(\tau)}{\theta(\infty) - \theta(0)} = -\frac{1}{T} \tau,$$

где  $\theta(0)$  – показание термометра в момент времени  $\tau = 0$ .

*Способ 4.* По соотношению

$$\theta(T) - \theta(0) = 0,63 [\theta(\infty) - \theta(0)],$$

т.е. за время, равное постоянной времени, изменение температуры достигает 63% полного изменения.

**1.18.** Температуру в печи измеряют термоэлектрическим термометром, в комплект которого входят:

- первичный хромель-копелевый термоэлектрический преобразователь, допускаемое отклонение термо-ЭДС которого от градуировочного значения составляет  $\pm 0,2$  мВ в измеряемом интервале температур;

- милливольтметр класса точности 1 с диапазоном измерения от  $0^\circ\text{C}$  до  $600^\circ\text{C}$ . Внутреннее сопротивление милливольтметра равно 100 Ом и он отградуирован для внешнего сопротивления (термоэлектрический преобразователь + соединительные провода)  $R_{\text{вн}} = 15$  Ом. Действительная температура в печи  $400^\circ\text{C}$ .

а) Определите предельное значение абсолютной основной погрешности измерительного комплекта при измерении данной температуры.

б) Определите абсолютную дополнительную погрешность, вызванную отличием внешнего сопротивления милливольтметра от градуировочного значения  $R_{\text{вн}}$ , если известно, что сопротивление термоэлектрического преобразователя 0,5 Ом и сопротивление соединительной линии 4,5 Ом

в) Какова чувствительность хромель-копелевого термоэлектрического преобразователя вблизи измеряемой температуры, если его номинальную статическую характеристику можно описать полиномом вида

$$E(t) = c_0 + c_1 \cdot t + c_2 \cdot t^2 + \dots + c_9 \cdot t^9,$$

где  $E$  – ЭДС термоэлектрического преобразователя, мкВ;  $t$  – температура рабочего спая,  $^\circ\text{C}$  (температура «холодного спая»  $0^\circ\text{C}$ );  $c_1, c_2, \dots, c_9$  – коэффициенты полинома, значения которых приведены в табл. 1.2?

Таблица 1.2

$c_0$	0	$c_5$	1.5425922111E-9
$c_1$	5.8695857799E1	$c_6$	-2.4850089136E-12
$c_2$	4.3110945462E-2	$c_7$	2.3389721459E-15
$c_3$	5.7220358202E-5	$c_8$	-1.1946296815E-18
$c_4$	-5.4020668085E-7	$c_9$	2.5561127497E-22

г) Какую ЭДС развивает хромель-копелевый термоэлектрический преобразователь при температуре в печи  $400^{\circ}\text{C}$ , если температура его свободных концов равна  $20^{\circ}\text{C}$ ?

д) Чему равна динамическая погрешность термоэлектрического термометра через 3 мин после того, как хромель-копелевый термоэлектрический преобразователь, находившийся в производственном помещении при температуре  $20^{\circ}\text{C}$ , быстро поместили в печь, где температура  $400^{\circ}\text{C}$ ? По своим динамическим свойствам хромель-копелевый термоэлектрический преобразователь в условиях измерений соответствует статическому звену первого порядка с постоянной времени  $T = 3$  мин, а милливольтметр можно считать звеном нулевого порядка. Чему равнялась бы в тех же условиях динамическая погрешность манометрического термометра с постоянной времени  $T = 6$  мин?

е) Какова динамическая погрешность термоэлектрического термометра через 3 мин после пуска печи, если известно, что до пуска температура в печи была  $20^{\circ}\text{C}$ , а после пуска температура в печи поднимается с постоянной скоростью, равной  $30^{\circ}\text{C}/\text{мин}$ ?

Для того, чтобы ответить на поставленные вопросы, следует вспомнить следующие термины и определения, используемые в метрологии:

*Абсолютной погрешностью* измерительного прибора называют разность между показанием прибора  $A$  и истинным значением измеряемой величины  $A_u$ :

$$\Delta = A - A_u$$

Когда истинное значение измеряемой величины неизвестно, вместо него используют *действительное* значение измеряемой величины  $A_\partial$ , полученное с помощью образцового прибора:

$$\Delta = A - A_\partial$$

Абсолютная погрешность имеет наименование и знак.

*Относительной погрешностью* называют отношение абсолютной погрешности к истинному значению измеряемой величины, или, если оно неизвестно, к действительному значению:

$$\delta = \frac{\Delta}{A_u} \cdot 100\% \text{ или } \delta = \frac{\Delta}{A_\partial} \cdot 100\%.$$

*Приведенной погрешностью* называют отношение абсолютной погрешности к нормирующему значению  $A_{\text{норм}}$ :

$$\delta_{\text{прив.}} = \frac{\Delta}{A_{\text{норм}}} \cdot 100\%$$

Для приборов, нижний предел диапазона измерения которых  $A_{\text{min}}$  выше нуля, нормирующее значение принимается равным верхнему пределу измерения  $A_{\text{max}}$ , если же нижний предел диапазона измерения равен нулю или ниже нуля, то нормирующее значение принимается равным диапазону измерения  $A_{\text{max}} - A_{\text{min}}$ .

*Класс точности* – обобщённая характеристика средства измерений, определяемая пределами допускаемых основной и дополнительных погрешностей, а также другими свойствами средства измерений, влияющих на точность. Основная погрешность средства измерений – погрешность, получаемая при измерении в нормальных условиях, установленных стандартами на прибор; дополнительные погрешности появляются из-за отклонения от нормального значения одной из влияющих на измерение величин (например, температуры окружающей среды, барометрического давления, напряжения питания и т.д.).

Классы точности милливольтметров, работающих в комплекте с термоэлектрическими преобразователями, обозначают числами, совпадающими со значением допускаемой основной приведённой погрешности:

$$K.T. = \frac{\Delta_{\max}}{A_{\max} - A_{\min}} \cdot 100\%,$$

где  $\Delta_{\max}$  – допускаемая основная абсолютная погрешность.

*Чувствительность* измерительного прибора  $S$  – отношение изменения сигнала на выходе измерительного прибора  $\Delta y$ , к вызвавшему его изменению измеряемой величины  $\Delta x$ .

*Динамические погрешности* связаны с изменением измеряемой величины и обусловлены запаздыванием изменений показаний измерительного прибора.

**1.19.** Концентрация продукта реакции на выходе из реактора с мешалкой ( $C$ , моль/м<sup>3</sup>) зависит от расхода подаваемого в реактор реагента ( $F$ , кг/мин) в соответствии с уравнением:

$$10 \frac{dc(\tau)}{d\tau} + c(\tau) = 4 F(\tau - 2)$$

Определить, как будет меняться концентрация продукта после того, как произошло ступенчатое изменение расхода реагента от 2 кг/мин до 2,4 кг/мин, если перед этим реактор находился в статическом режиме. Решить задачу двумя способами:

- применить преобразование Лапласа к исходному уравнению, учитывая ненулевые начальные условия;

- преобразовать исходное уравнение к уравнению в отклонениях от первоначального статического режима, сделав тем самым начальные условия нулевыми, и решить его с помощью преобразования Лапласа

**1.20.** Дифференциальное уравнение регулятора имеет вид:

$$5 \frac{d(\Delta z)}{d\tau} + \Delta z = 2 \Delta y + 3 \frac{d(\Delta y)}{d\tau},$$

где  $\Delta y$  – входное воздействие для регулятора (соответствует отклонению текущего значения регулируемого параметра от заданного);  $\Delta z$  – изменение выходного сигнала регулятора.

Получите передаточную функцию регулятора. Определите переходную функцию регулятора (представьте регулятор в виде комбинации двух более простых звеньев). Постройте кривую разгона регулятора.

*Пример 3:* Получить уравнение динамики и передаточную функцию пневматического мембранного исполнительного механизма с регулирующим органом (рис. 1.3) с учетом силы вязкого трения и инерции его подвижной системы.

*Решение:* В пространство над мембраной 3 поступает воздух под давлением  $P$ , создавая усилие на мембрану. Под действием этого усилия

мембрана прогибается, перемещая вниз шток 1 с затвором 5. Через клапан проходит жидкость в количестве, зависящем от степени открытия клапана. Перемещению  $h$  штока клапана с затвором препятствует сила упругости пружины 2, трение штока в сальнике 4 и затвора 5 в протекающей жидкости.

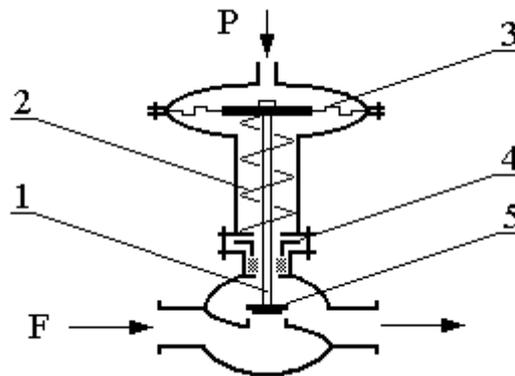


Рис. 1.3

Рассмотрим в качестве входной величины пневматического мембранного исполнительного механизма с регулирующим органом изменение давления  $\Delta P$ , а выходной – перемещение  $\Delta h$  штока 1 с затвором 5 (отсчет ведем в малых приращениях от равновесного состояния).

Если нельзя пренебречь трением и инерцией, то уравнение равновесия сил для подвижной системы пневматического мембранного исполнительного механизма с регулирующим органом имеет вид:

$$F_u + F_{тр} + F_{пр} = F,$$

где  $F$  – входное усилие (равно произведению давления воздуха на площадь мембраны);  $F_u$  – сила инерции (равна произведению массы подвижной системы на ускорение);  $F_{тр}$  – сила вязкого трения (пропорциональна скорости перемещения подвижной системы);  $F_{пр}$  – сила противодействия пружины (пропорциональна её сжатию).

Подставив соответствующие выражения сил в уравнение равновесия, получим дифференциальное уравнение движения штока с затвором в следующем виде:

$$m \frac{d^2(\Delta h)}{d\tau^2} + r \frac{d(\Delta h)}{d\tau} + c \Delta h = A \Delta P,$$

где  $m$  – масса движущихся частей с учетом половины массы пружины;  $c$  – коэффициент жёсткости пружины;  $r$  – коэффициент трения;  $A$  – площадь мембраны.

Перепишем уравнение, предварительно разделив обе его части на  $c$ :

$$\frac{m}{c} \frac{d^2(\Delta h)}{d\tau^2} + \frac{r}{c} \frac{d(\Delta h)}{d\tau} + \Delta h = \frac{A}{c} \Delta P$$

Обозначив  $\frac{m}{c} = T^2$ ,  $\frac{r}{c} = 2\zeta T$ ,  $\frac{A}{c} = K$ , получим уравнение динамики пневматического мембранного исполнительного механизма с регулирующим органом с учетом силы вязкого трения и инерции его подвижной системы:

$$T^2 \frac{d^2(\Delta h)}{d\tau^2} + 2\zeta T \frac{d(\Delta h)}{d\tau} + \Delta h = K \Delta P$$

Для нахождения передаточной функции звена, воспользуемся свойствами преобразования Лапласа (см. приложение, табл. 1, свойства 2–4):

$$T^2 s^2 L(\Delta h) + 2\zeta T s L(\Delta h) + L(\Delta h) = K L(\Delta P),$$

откуда следует отношение изображений по Лапласу выходной и входной величин

$$W(s) = \frac{L(\Delta h)}{L(\Delta P)} = \frac{K}{T^2 s + 2\zeta T s + 1}.$$

*Пример 4:* Получить уравнение динамики U-образного жидкостного дифманометра (рис. 1.4), связывающее показания дифманометра  $h$  с измеряемой разностью давлений  $\Delta P = P_1 - P_2$ .

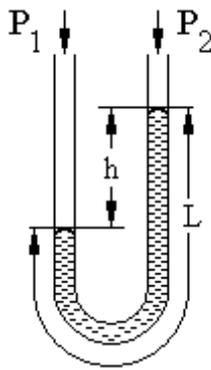


Рис. 1.4

*Решение:* Запишем уравнение равновесия сил, для упрощения пренебрегая плотностью паров над уровнем жидкости и предположив, что движение жидкости в трубке поршневое, а падение давления, вызванное трением, пропорционально скорости потока:

$$F_u + F_{тр} + F_m = F,$$

где  $F_u = \rho L A \cdot \frac{1}{2} \frac{d^2 h}{d\tau^2}$  – сила инерции ( $\rho$  – плотность жидкости,  $A$  – площадь поперечного сечения трубки);

$$F_{тр} = \Delta P_{тр} A = \frac{32L\mu}{d^2} \cdot \frac{1}{2} \frac{dh}{d\tau} \cdot A$$
 – сила трения ( $\Delta P_{тр}$  – потери

давления на трение, определяемые по уравнению Хагена-Пуазейля,  $\mu$  – вязкость жидкости,  $d$  – внутренний диаметр трубки дифманометра);

$$F_m = h A \rho g$$
 – сила тяжести, ( $g$  – ускорение свободного падения);

$F = A (P_1 - P_2)$  – сила, приложенная к жидкости со стороны измеряемого давления.

Подставляя эти выражения в уравнение равновесия сил, получим

$$\frac{\rho LA}{2} \frac{d^2 h}{d\tau^2} + \frac{16\mu LA}{d^2} \frac{dh}{d\tau} + \rho ghA = A \Delta P.$$

Разделив все члены уравнения на  $\rho gA$ , получим уравнение динамики U-образного жидкостного дифманометра

$$\frac{L}{2g} \frac{d^2 h}{d\tau^2} + \frac{16\mu L}{\rho g d^2} \frac{dh}{d\tau} + h = \frac{1}{\rho g} \Delta P,$$

которое обычно записывают в следующем стандартном виде:

$$\frac{1}{\omega_0^2} \frac{d^2 h}{d\tau^2} + \frac{2\zeta}{\omega_0} \frac{dh}{d\tau} + h = K \Delta P,$$

где  $\omega_0$  – собственная частота недемпфированной системы, рад/с;  $\zeta$  - коэффициент демпфирования. Физический смысл  $\omega_0$  и  $\zeta$  становится понятным после анализа решения уравнения при единичном ступенчатом изменении входного давления. При коэффициенте демпфирования  $0 < \zeta < 1$  выходной сигнал будет совершать затухающие колебания (рис. 1.5). Такую систему называют слабо демпфированной. При коэффициенте демпфирования  $\zeta = 0$  (недемпфированная система) выходной сигнал представляет собой незатухающие колебания с частотой  $\omega_0$  и амплитудой  $K$ . Если коэффициент демпфирования  $\zeta = 1$ , то имеет место критическое демпфирование и жидкость в дифманометре приходит к состоянию равновесия без перерегулирования. При коэффициенте демпфирования  $\zeta > 1$  изменение уровня жидкости в дифманометре происходит по S-образной кривой (без колебательного процесса) тем медленнее, чем больше

коэффициент демпфирования. Такие системы называют сильно демпфированными.

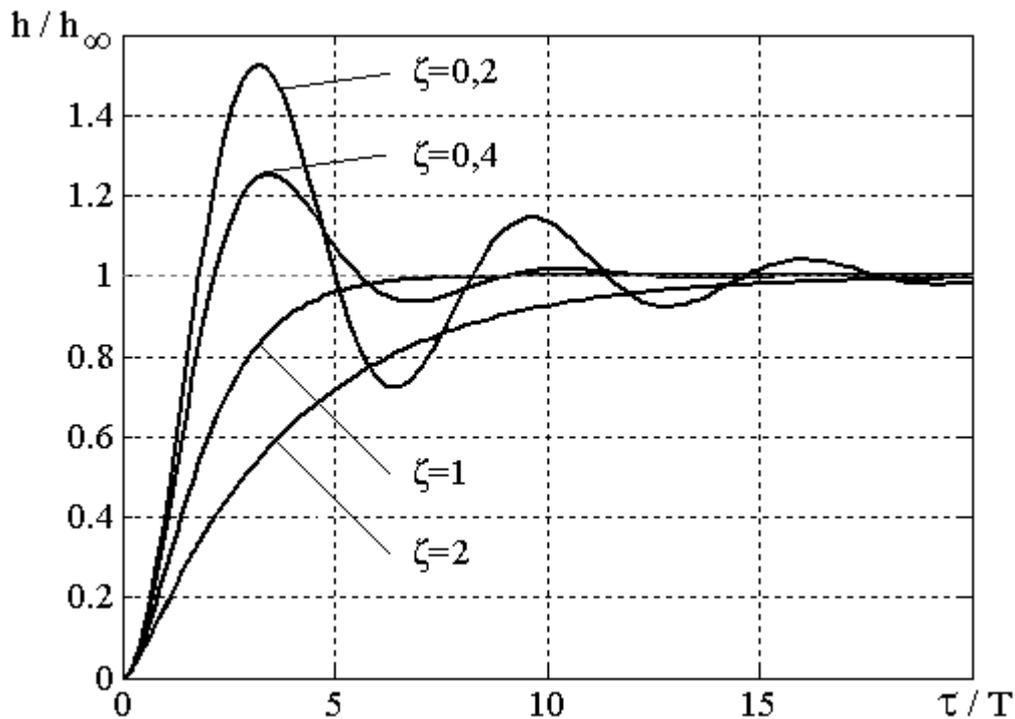


Рис. 1.5

**1.21.** Получите переходную функцию дифманометра (см. задачу 1.2), рассчитайте коэффициент демпфирования и нарисуйте кривую разгона в общем виде.

**1.22.** Зависимость между концентрацией продукта реакции на выходе из реактора ( $C$ , моль/м<sup>3</sup>) и расходом реагента, поступающего в реактор ( $F$ , м<sup>3</sup>/ч), описывается уравнением:

$$4 \frac{d^2 c}{d\tau^2} + 6 \frac{dc}{d\tau} + c = 5F$$

Получите передаточную функцию реактора. Какому типовому динамическому звену соответствует реактор по своим динамическим

свойствам? Рассчитайте коэффициент демпфирования и нарисуйте кривую разгона реактора в общем виде.

**1.23.** Дано дифференциальное уравнение динамического звена:

$$5\frac{d^3y}{d\tau^3} + 10\frac{d^2y}{d\tau^2} + 3\frac{dy}{d\tau} = 5\frac{dx}{d\tau}$$

Получите передаточную функцию. Рассчитайте коэффициент демпфирования и нарисуйте кривую разгона в общем виде.

**1.24.** Экспериментально получена кривая разгона объекта регулирования (рис. 1.6). Найдите передаточную функцию объекта и запишите его дифференциальное уравнение.

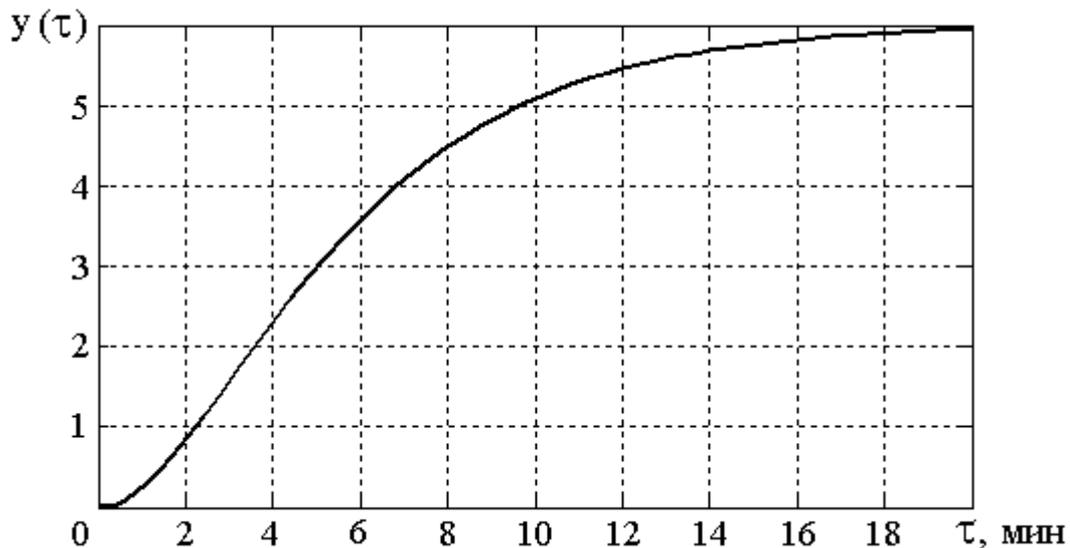


Рис. 1.6

Порядок решения может быть следующим (рис. 1.7):

- по виду кривой разгона (она имеет характерную S-образную форму) предполагаем, что объект относится к статическим звеньям второго или более высокого порядка и содержит, возможно, звено запаздывания;
- определяем новое установившееся значение выходной величины

$$y_{\infty} = \lim_{\tau \rightarrow \infty} y(\tau),$$

что позволяет найти статический коэффициент усиления  $K$ ;

- проводим касательную в точке перегиба  $i$ ;

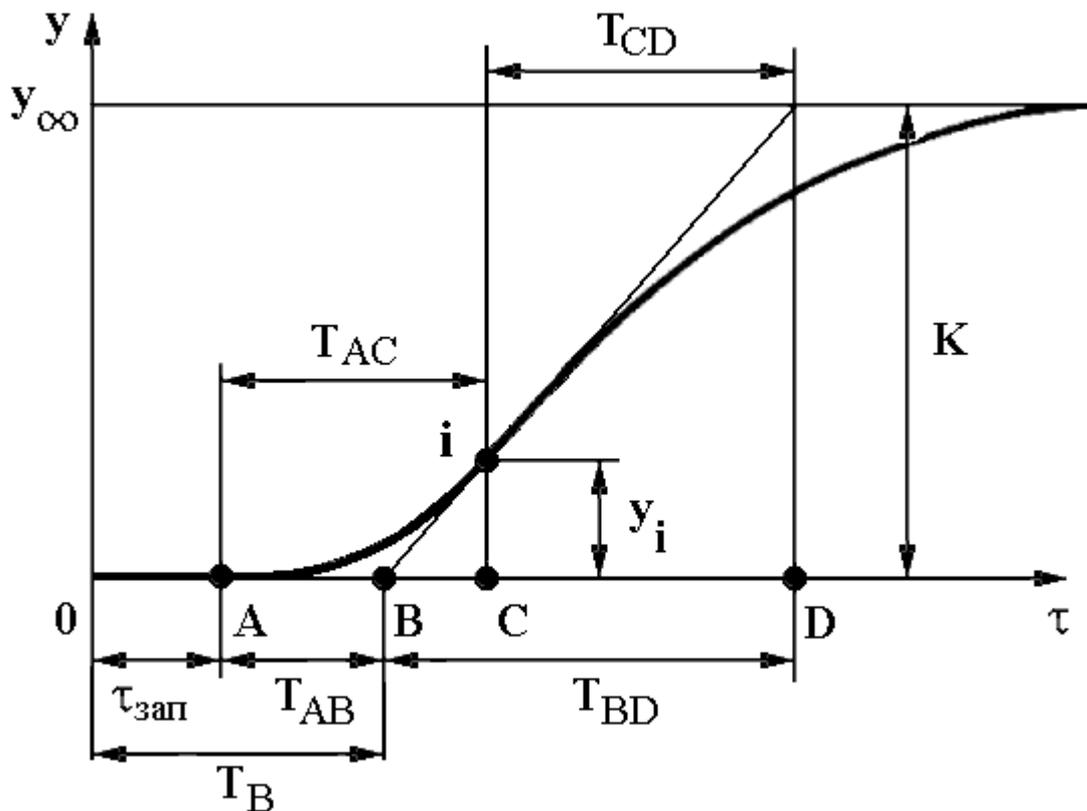


Рис. 1.7

- определяем соотношение  $T_{CD}/T_{BD}$ ; если оно больше 0,74, то относим объект к статическим звеньям второго порядка (в противном случае считаем, что порядок объекта выше второго и пользуемся подсказками к задаче 1.34);

- по соотношению  $T_{CD}/T_{BD}$  и по графику (рис. 1.8) находим коэффициент демпфирования  $\zeta$ ;

- определяем постоянную времени  $T$ , исходя из соотношения:

$$T_{CD} = 2 \zeta T .$$

- для полученного значения коэффициента демпфирования  $\zeta$  по графику (рис. 1.8) находим соотношение  $T_{AB}/T_{BD}$ , используя его, рассчитываем  $T_{AB}$  и определяем время транспортного запаздывания:

$$\tau_{зан} = T_B - T_{AB} .$$

Если время запаздывания оказывается очень малым или отрицательным, можно попробовать скорректировать положение касательной для того, чтобы точно получить

$$\tau_{зан} = 0 .$$

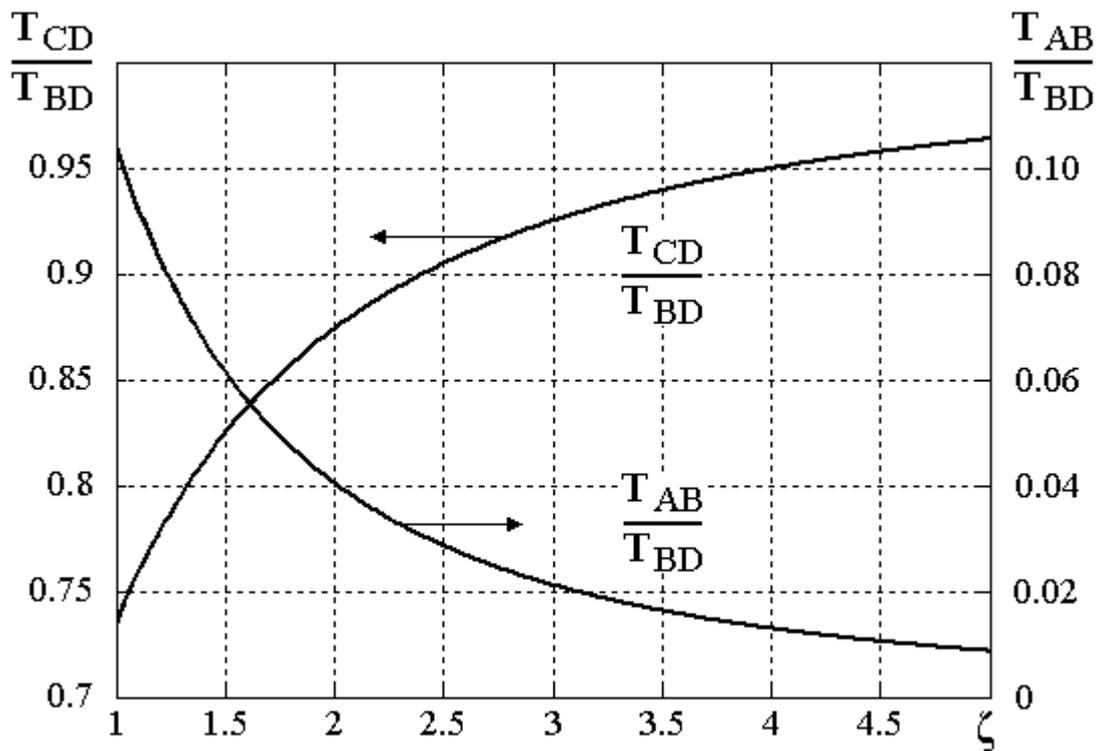


Рис. 1.8

1.25. Объект состоит из ёмкости и насоса с постоянной производительностью, установленного на выходе из ёмкости (рис. 1.9). Связь между изменением подачи жидкости в бак  $\Delta F_{\text{вх}}$  и изменением уровня жидкости в ёмкости  $\Delta L$  описывается передаточной функцией:

$$W(s) = \frac{1}{5s} .$$

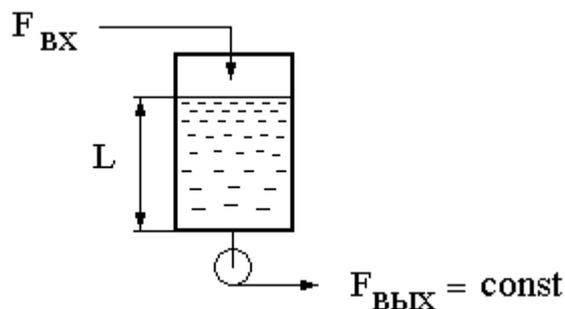


Рис. 1.9

Какому типовому динамическому звену соответствует объект? Получите переходную функцию объекта и нарисуйте кривую разгона. Найдите импульсную переходную функцию объекта и нарисуйте кривую веса. Найдите отклик объекта на входное возмущающее воздействие  $\Delta F_{\text{вх}} = 2\tau \cdot I(\tau)$  и нарисуйте соответствующую кривую отклика.

1.26. Дано дифференциальное уравнение тахогенератора:

$$U_{\text{вых}} = 5 \frac{d\alpha}{d\tau} ,$$

где  $U_{\text{вых}}$  – напряжение, снимаемое с клемм тахогенератора;  $\alpha$  – угол поворота вала тахогенератора.

Какому типовому динамическому звену соответствует тахогенератор? Получите передаточную функцию тахогенератора. Определите переходную функцию тахогенератора и нарисуйте кривую разгона. Найдите отклик

тахогенератора на входное воздействие  $\alpha = 3\tau \cdot I(\tau)$  и нарисуйте соответствующую кривую отклика.

1.27. Дана передаточная функция динамического звена:

$$W(s) = \frac{3s}{3s+1}$$

Назовите звено и напишите его дифференциальное уравнение. Найдите переходную функцию звена и нарисуйте соответствующую кривую разгона. Найдите импульсную переходную функцию звена и постройте кривую веса. Получите рамповую переходную функцию звена и постройте соответствующую кривую отклика.

1.28. Один из модулей электрического регулятора описывается уравнением:

$$2 \frac{dU_2}{d\tau} + U_2 = 3 \frac{dU_1}{d\tau}$$

Какому типовому динамическому звену соответствует указанный модуль регулятора? Получите его передаточную функцию. Постройте график изменения во времени выходного напряжения  $U_2$  после ступенчатого изменения напряжения на входе модуля  $U_1 = 2 \cdot I(\tau)$ . Найдите изменение выходного напряжения  $U_2$ , если напряжение на входе модуля меняется с постоянной скоростью  $U_1 = 3\tau \cdot I(\tau)$ .

1.29. Дана передаточная функция динамического звена:

$$W(s) = \frac{1}{2s}$$

Напишите дифференциальное уравнение звена. Найдите переходную функцию звена и нарисуйте соответствующую кривую разгона. Найдите весовую функцию звена и изобразите её графически.

**1.30.** Дана передаточная функция динамического звена:

$$W(s) = \frac{3s}{2s-1}$$

Получите дифференциальное уравнение звена, найдите его переходную функцию и постройте кривую разгона. По виду полученной кривой разгона определите, что это за звено.

**1.31.** Определите, какие динамические звенья имеют переходную функцию следующего вида:

а)  $h(\tau) = 4(1 - e^{-0,5\tau}) \cdot 1(\tau);$

б)  $h(\tau) = 8 e^{-0,5\tau} \cdot 1(\tau);$

в)  $h(\tau) = 5(-1 + e^{10\tau}) \cdot 1(\tau);$

г)  $h(\tau) = 0,1 \tau \cdot 1(\tau)$

д)  $h(\tau) = 2 [1 - (1 + 0,5\tau) e^{-0,5\tau}] \cdot 1(\tau)$

Найдите параметры этих звеньев и запишите выражения передаточных функций.

**1.32.** Определите, какие динамические звенья имеют импульсную переходную функцию (функцию веса) следующего вида:

а)  $w(\tau) = 4(1 - e^{-0,5\tau}) \cdot 1(\tau);$

б)  $w(\tau) = 8 e^{-0,5\tau} \cdot 1(\tau);$

в)  $w(\tau) = 50(e^{-5\tau} - e^{-10\tau}) \cdot 1(\tau);$

г)  $w(\tau) = 0,1 \cdot 1(\tau)$

д)  $w(\tau) = 2\delta(\tau) - e^{-0,5\tau} \cdot 1(\tau)$

Найдите параметры этих звеньев и запишите выражения передаточных функций.

**1.33.** Определите, какие динамические звенья имеют рамповую переходную характеристику следующего вида:

а)  $y(\tau) = 4(1 - e^{-0,5\tau}) \cdot 1(\tau);$

б)  $y(\tau) = 8 e^{-0,5\tau} \cdot 1(\tau);$

в)  $y(\tau) = 50 (e^{-5\tau} + 5\tau - 1) \cdot 1(\tau);$

г)  $y(\tau) = 0,1 \cdot 1(\tau)$

д)  $y(\tau) = 2\tau^2 \cdot 1(\tau)$

Найдите параметры этих звеньев и запишите выражения передаточных функций.

**1.34.** Экспериментально получены кривые разгона четырёх объектов (рис. 1.10). Обработайте их, как рекомендовано в задаче 1.24 (рис. 1.7) и, используя данные табл. 3, определите передаточные функции объектов в виде:

$$W(s) = \frac{K}{(Ts + 1)^n} e^{-\tau_{зан}s}$$

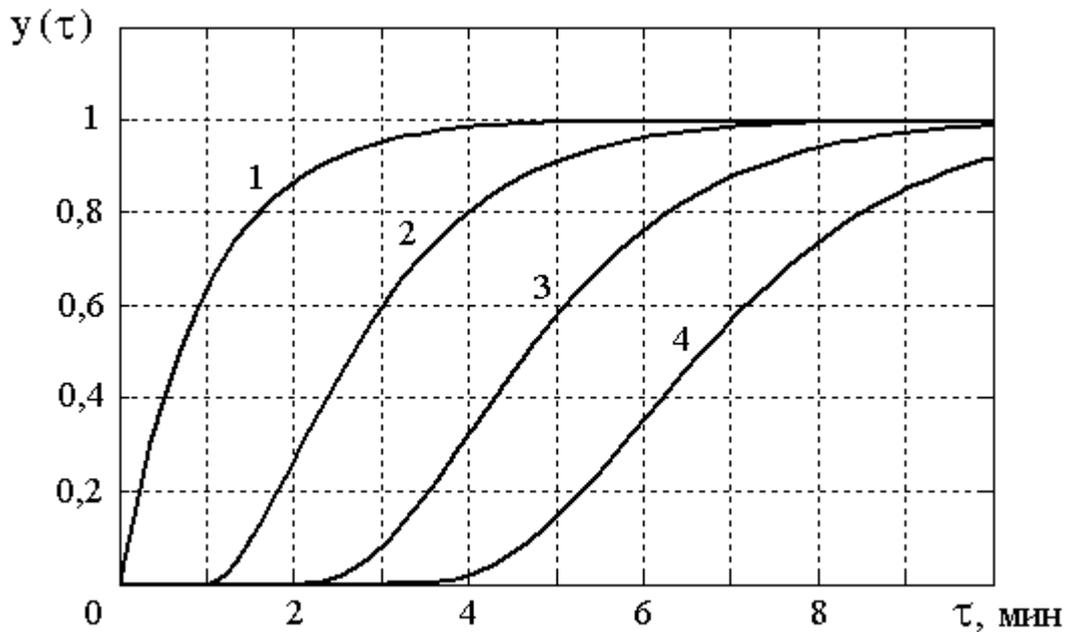


Рис. 1.10

Подсказки:

- определяем новое установившееся значение выходной величины

$$y_{\infty} = \lim_{\tau \rightarrow \infty} y(\tau),$$

что позволяет найти статический коэффициент усиления  $K$ ;

- проводим касательную в точке перегиба  $i$ ;
- по графику определяем  $y_i/y_{\infty}$ , округляем его до ближайшего меньшего табличного значения и находим порядок объекта  $n$ ;
- по графику определяем  $T_{BD}$  и, используя табличное значение  $T_{BD}/T$  для найденного порядка  $n$ , вычисляем постоянную времени  $T$ ;
- по найденному из графика значению  $T_{BD}$  и табличному значению  $T_{AB}/T_{BD}$  вычисляем  $T_{AB}$ ;
- рассчитываем время запаздывания  $\tau_{зан}$ :

$$\tau_{зан} = T_B - T_{AB}$$

Если время запаздывания оказывается очень малым или отрицательным, можно попробовать скорректировать положение касательной для того, чтобы точно получить

$$\tau_{зан} = 0$$

Таблица 3

n	$y_i/y_\infty$	$T_{AB}/T_{BD}$	$T_{BD}/T$	$T_{AB}/T$	$T_{AC}/T$
1	0	0	1	0	0
2	0,264	0,104	2,718	0,282	1
3	0,323	0,218	3,695	0,805	2
4	0,353	0,319	4,463	1,425	3
5	0,371	0,410	5,119	2,100	4

**1.35.** В изотермическом реакторе идеального вытеснения протекает без изменения объёма химическая реакция первого порядка. Определить изменение концентрации во времени на выходе из реактора:

а) если произошло ступенчатое изменение расхода, а концентрация реагента на входе в реактор не изменилась;

б) если произошло ступенчатое изменение концентрации реагента на входе в реактор, а расход реакционной смеси не изменился.

**1.36.** На выходе химического реактора установлен металлический трубопровод с тонкими стенками длиной 10 м и внутренним диаметром 5 см. Разбавленный водный раствор протекает через него со скоростью 10 см/с. Для измерения температуры жидкости в конце трубопровода установлен термометр, по своим динамическим свойствам соответствующий статическому звену первого порядка с постоянной времени 3 с. Температура окружающей среды равна 20°C, а коэффициент теплопередачи между

жидкостью, протекающей по трубопроводу, и окружающей средой равен  $50 \text{ Вт м}^{-2} \text{ К}^{-1}$ . Можно предположить, что движение жидкости в трубопроводе поршневое, и пренебречь продольной теплопроводностью.

- Записать уравнение теплопередачи в тонком слое трубопровода.
- Из уравнения теплопередачи вывести соотношение между температурой, которую показывает термометр, и температурой на выходе из реактора (т.е. на входе в трубопровод) *в статическом режиме*.
- Получить передаточную функцию трубопровода, а затем передаточную функцию трубопровода вместе с термометром, связывающую показания термометра с температурой на выходе из реактора *в динамическом режиме*.
- Определить изменение показаний термометра и представить графически это изменение в двух указанных ниже случаях:
  - а) температура жидкости на выходе из реактора ступенчато изменяется от  $70^\circ\text{C}$  до  $80^\circ\text{C}$ ;
  - б) температура жидкости на выходе из реактора меняется синусоидально между  $70^\circ\text{C}$  и  $80^\circ\text{C}$  с периодом 18 с.

## 2. СОЕДИНЕНИЯ (КОМБИНАЦИИ) ЗВЕНЬЕВ

*Структурной схемой* в теории автоматического управления называют графическое изображение математической модели автоматической системы управления в виде соединений звеньев. Звено на структурной схеме условно обозначают в виде прямоугольника с указанием входных и выходных величин, а также передаточной функции внутри него.

Сумматоры и элементы сравнения изображают в виде круга, разделенного на секторы (рис. 2.1). В элементе сравнения сектор, на который подается «вычитаемое», затемняют.

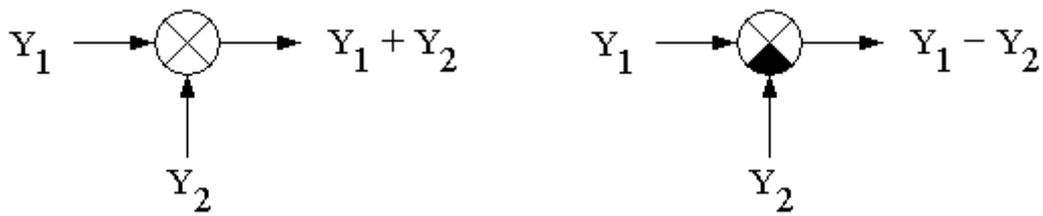


Рис. 2.1

Структурные схемы широко используют при исследовании и проектировании автоматических систем управления, так как они дают наглядное представление о связях между звеньями и преобразовании сигналов в системе.

### 2.1. ТИПОВЫЕ КОМБИНАЦИИ ЗВЕНЬЕВ

#### 2.1.1. Последовательное соединение

При последовательном соединении звеньев выходная величина каждого предшествующего звена является входным воздействием последующего звена. При преобразовании структурных схем цепочку из последовательно

соединенных звеньев можно заменить одним звеном с передаточной функцией, равной произведению передаточных функций отдельных звеньев:

$$W(s) = \frac{L(y)}{L(x)} = W_1(s) \cdot W_2(s) \cdot \dots \cdot W_n(s),$$

где  $L(x)$  – изображение по Лапласу входного воздействия;  $L(y)$  – изображение по Лапласу выходного сигнала;  $W_1(s), W_2(s), \dots, W_n(s)$  – передаточные функции отдельных звеньев.

Структурная схема последовательного соединения звеньев дана на рис. 2.2:

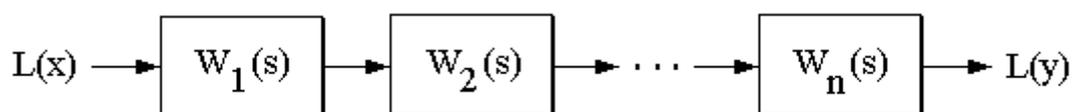


Рис. 2.2

### 2.1.2. Параллельное соединение

При параллельном соединении на вход всех звеньев подается один и тот же сигнал, а выходные величины складываются. Систему из нескольких параллельно соединенных звеньев можно заменить одним звеном с передаточной функцией, равной сумме передаточных функций входящих в нее звеньев:

$$W(s) = \frac{L(y)}{L(x)} = W_1(s) + W_2(s) + \dots + W_n(s)$$

Структурная схема параллельного соединения звеньев дана на рис. 2.3:

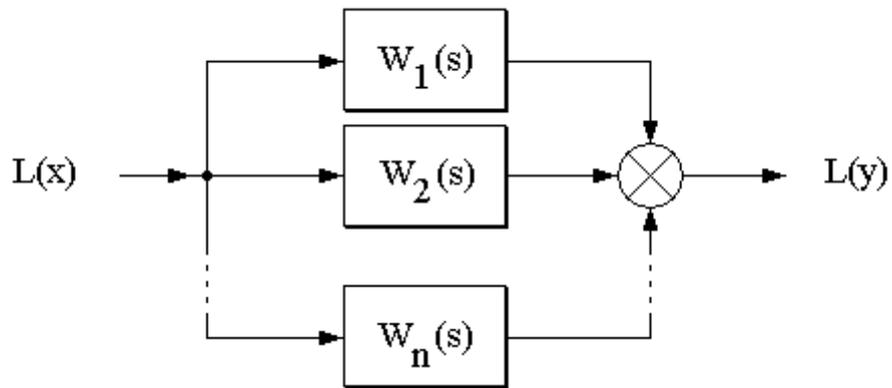


Рис. 2.3

### 2.1.3. Соединение с обратной связью

Принято считать, что звено охвачено обратной связью, если его выходной сигнал через какое-либо другое звено подается на вход. Если сигнал обратной связи вычитается из входного воздействия, то обратную связь называют *отрицательной*. Если сигнал обратной связи складывается с входным воздействием, то обратную связь называют *положительной*.

Передаточная функция замкнутой цепи с отрицательной обратной связью равна дроби, числитель которой – передаточная функция прямой цепи, знаменатель – единица *плюс* произведение передаточных функций прямой и обратной цепи:

$$W(s) = \frac{L(y)}{L(x)} = \frac{W_1(s)}{1 + W_1(s) W_2(s)}$$

Структурная схема соединения звеньев с отрицательной обратной связью дана на рис. 2.4:

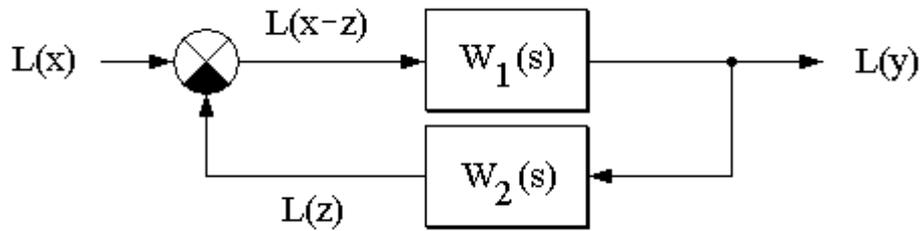


Рис. 2.4

Передаточная функция замкнутой цепи с положительной обратной связью равна дроби, числитель которой – передаточная функция прямой цепи, знаменатель – единица *минус* произведение передаточных функций прямой и обратной цепи:

$$W(s) = \frac{L(y)}{L(x)} = \frac{W_1(s)}{1 - W_1(s)W_2(s)}$$

Структурная схема соединения звеньев с положительной обратной связью дана на рис. 2.5:

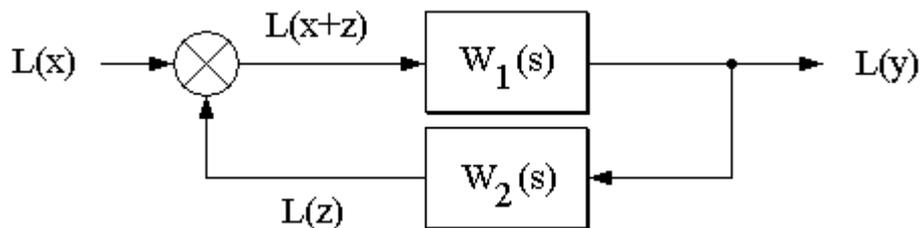


Рис. 2.5

На основе понятия передаточной функции в теории автоматического управления построен аппарат структурных преобразований, позволяющий находить передаточную функцию замкнутых систем управления, заданных структурными схемами. Некоторые правила преобразования структурных схем приведены в табл. 3 приложения.

## ЗАДАЧИ

2.1. Структурная схема устойчивого объекта первого порядка имеет вид (рис. 2.6):

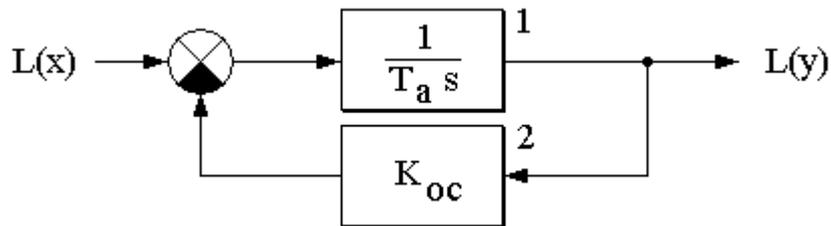


Рис. 2.6

Назовите звенья. Получите передаточную функцию объекта. Напишите дифференциальное уравнение объекта. Постройте кривую разгона объекта.

2.2. Как изменятся постоянная времени  $T$  и коэффициент усиления  $K$  статического звена первого порядка, если его охватить отрицательной обратной связью с передаточной функцией цепи обратной связи  $W_{oc}(s) = T_d s$ .

2.3. Дана комбинация звеньев (рис. 2.7). Получите передаточную функцию комбинации. Какому звену эквивалентна комбинация? Нарисуйте кривую разгона полученного звена.

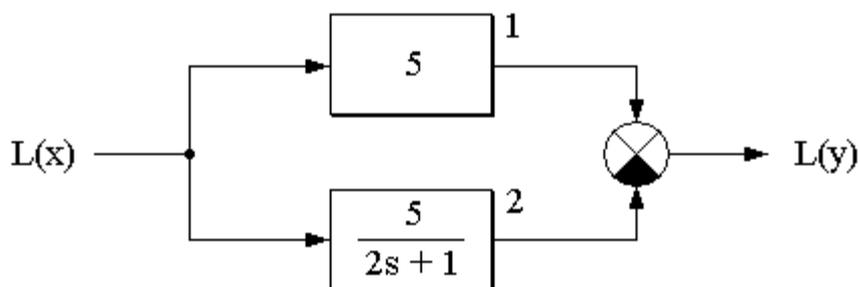


Рис. 2.7

2.4. Дана структурная схема объекта регулирования (рис. 2.8):

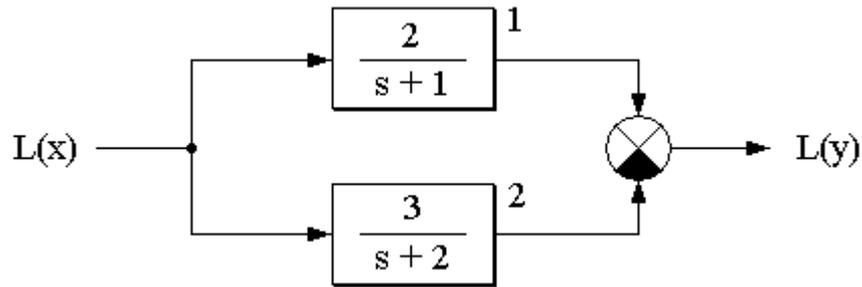


Рис. 2.8

Определите его передаточную функцию. Найдите переходную характеристику объекта и постройте кривую разгона, обратив особое внимание на её поведение при малых значениях  $\tau$ .

2.5. Дана структурная схема объекта регулирования (рис. 2.9):

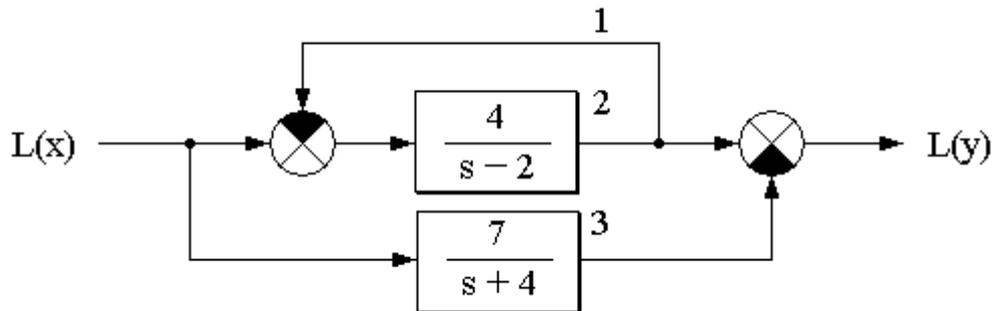


Рис. 2.9

Определите его передаточную функцию. Найдите переходную характеристику объекта и постройте кривую разгона, обратив особое внимание на её поведение при малых значениях  $\tau$ .

2.6. Известно, что каждый из двух реакторов, соединенных последовательно, может быть представлен в виде статического звена первого порядка. Чему равна передаточная функция системы реакторов?

2.7. Найдите передаточные функции двух таких статических звеньев первого порядка, при параллельном соединении которых передаточная функция полученной системы была бы тождественна передаточной функции статического звена второго порядка:

$$W(s) = \frac{K}{(T_1s+1)(T_2s+1)}$$

2.8. Как изменятся постоянная времени  $T$ , коэффициент демпфирования  $\zeta$  и статический коэффициент усиления  $K$ , а также время и форма переходного процесса статического звена второго порядка, если его охватить отрицательной обратной связью, передаточная функция которой  $W_{oc}(s) = K_{oc}$ ?

2.9. Объект представляет собой последовательное соединение статического звена первого порядка (постоянная времени  $T = 5$  с, коэффициент усиления  $K = 2$ ) и звена запаздывания ( $\tau_{зап} = 2$  с). Получите передаточную функцию объекта и постройте кривую разгона.

2.10. Объект управления можно представить следующей структурной схемой (рис. 2.10).

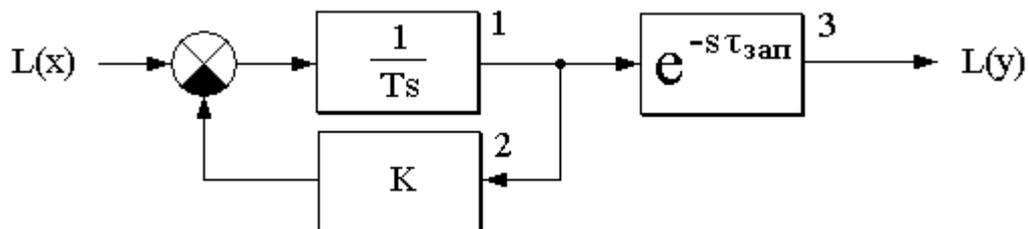


Рис. 2.10

Назовите звенья. Получите передаточную функцию комбинации звеньев. Напишите дифференциальное уравнение объекта. Постройте кривую разгона объекта в общем виде.

**2.11.** Определите переходную и импульсную переходную (весовую) характеристики системы, состоящей из двух последовательно соединенных интегрирующих звеньев, передаточная функция каждого из которых имеет вид:

$$W(s) = \frac{1}{T_a s}$$

Постройте кривые разгона и веса для одного идеального интегрирующего звена и для системы.

**2.12.** Объектом, обладающим запаздыванием, является ленточный транспортёр 2 для транспортировки сыпучего материала из бункера 1 в приёмный бункер 3 (рис. 2.11). Входной величиной ленточного транспортёра длиной  $l = 30$  м и скоростью движения ленты  $v = 6$  м/мин является расход сыпучего материала из бункера 1 ( $F_1$ , м<sup>3</sup>/мин), а выходной величиной – подача сыпучего материала в приёмный бункер 3 ( $F_2$ , м<sup>3</sup>/мин). Зависимость между уровнем в приёмном бункере ( $L$ , м) и подачей в него сыпучего материала описывается передаточной функцией  $W(s) = 1/T_a s$ , где  $T_a = 5$  мин.

Как будет меняться уровень сыпучего материала в приемном бункере 3, если расход сыпучего материала при его подаче из бункера 1 на ленточный транспортер 2 скачком изменился от 2 м<sup>3</sup>/мин до 4 м<sup>3</sup>/мин?

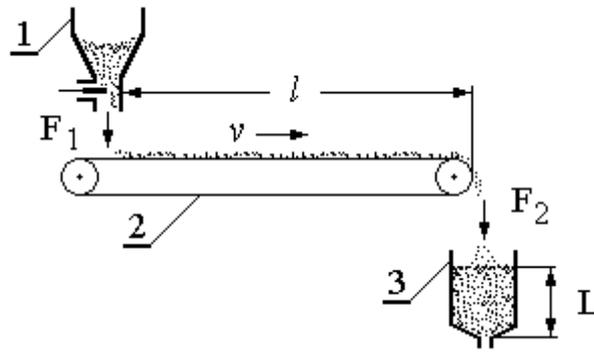


Рис. 2.11

2.13. Дана структурная схема объекта управления (рис. 2.12):

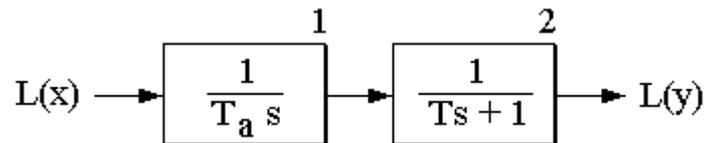


Рис. 2.12

Назовите звенья. Получите передаточную функцию объекта. Напишите его дифференциальное уравнение. Постройте кривую разгона объекта.

2.14. Нейтральный объект представлен в виде комбинации звеньев (рис. 2.13). Назовите звенья. Получите передаточную функцию объекта. Напишите его дифференциальное уравнение. Постройте кривую разгона объекта.

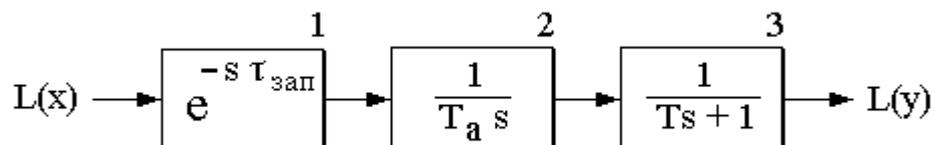


Рис. 2.13

2.15. Объект состоит из двух цилиндрических аппаратов, соединенных трубопроводом, на котором установлен вентиль (рис. 2.14).

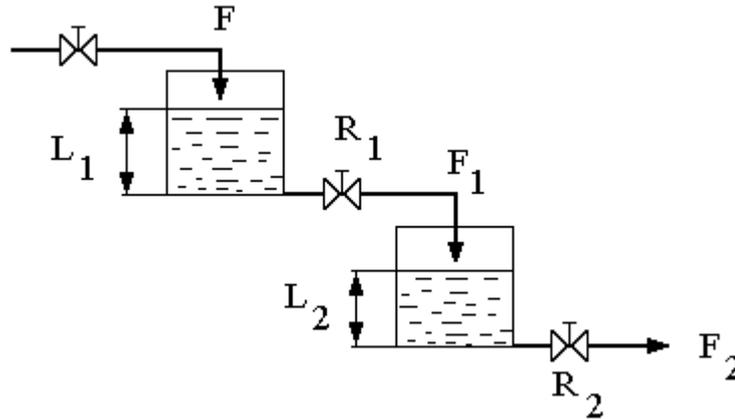


Рис. 2.14

Сопротивление потоку жидкости из первого аппарата во второй  $R_1$  значительно. Если жидкость из объекта отводится самотеком через гидравлическое сопротивление  $R_2$ , то объект устойчив, а его переходная характеристика, полученная при скачкообразном изменении притока  $F$  в первый аппарат от  $1 \text{ м}^3/\text{мин}$  до  $2 \text{ м}^3/\text{мин}$ , показана на рис. 2.15.

Определите передаточную функцию объекта, связывающую изменение уровня жидкости во втором аппарате  $\Delta L_2$  с изменением притока жидкости в первый аппарат  $\Delta F$  (см. задачи 1.24 и 1.34).

Определите передаточную функцию каждого аппарата, считая входной величиной первого аппарата изменение притока  $\Delta F$ , выходной величиной первого аппарата и входной величиной второго  $-\Delta F_1$ , и выходной величиной второго аппарата – изменение уровня во втором аппарате  $\Delta L_2$ .

Как будет меняться уровень жидкости в первом аппарате, если приток  $F$  в первый аппарат мгновенно изменился от  $1 \text{ м}^3/\text{мин}$  до  $2 \text{ м}^3/\text{мин}$ ?

Используя переходную характеристику объекта, выберите закон управления.

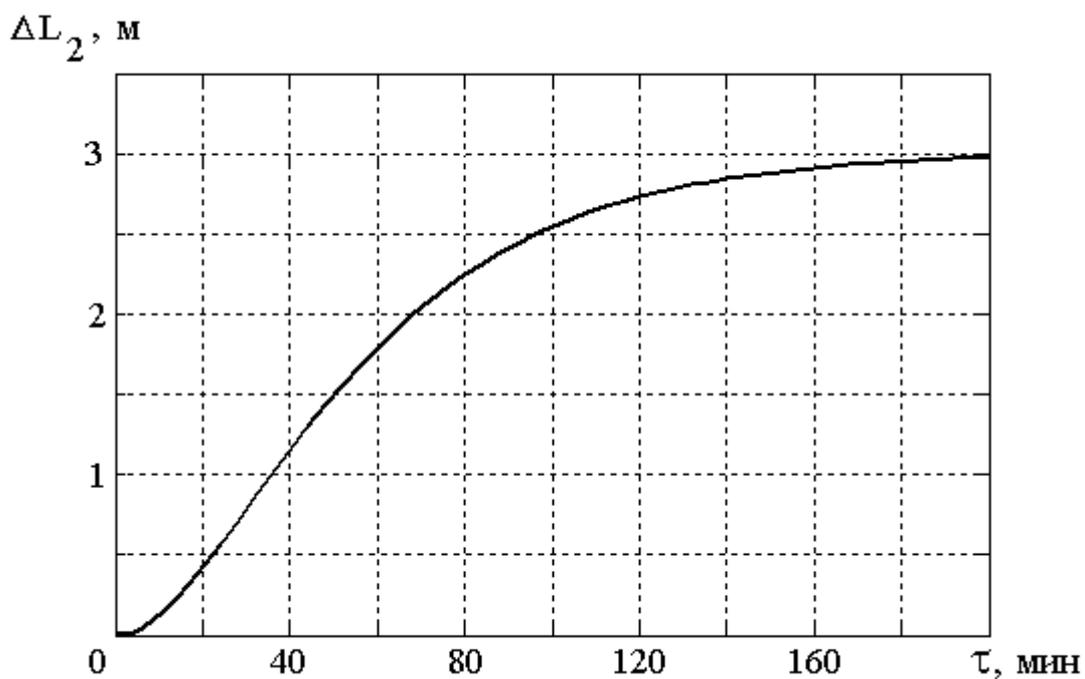


Рис. 2.15

**2.16.** В объекте, свойства которого описаны в задаче 2.15, аппараты соединили так, как показано на рис. 2.16.

Получите дифференциальные уравнения объекта, связывающие изменение уровня в первом и во втором аппаратах с изменением притока жидкости в первый аппарат.

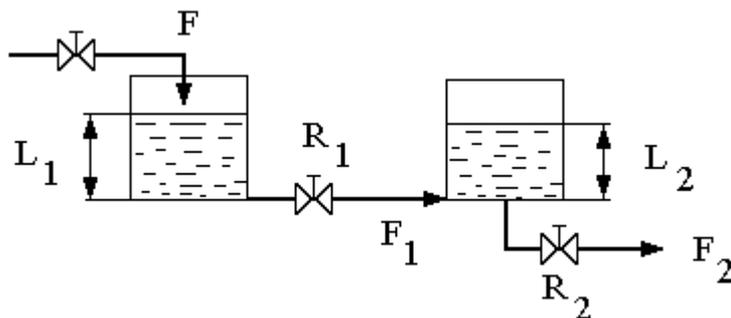


Рис. 2.16

Определите, как будут изменяться во времени уровни жидкости в каждом аппарате, если приток  $F$  в первый аппарат мгновенно изменился от 1.0 до 2.0 м<sup>3</sup>/мин.

2.17. Для объекта, состоящего из двух аппаратов и насоса с постоянной производительностью (рис. 2.17), получены кривые отклика на мгновенное изменение притока  $F$  в первый аппарат на 1 м<sup>3</sup>/мин, приведенные на рис. 2.18 ( $\Delta L_1$  – изменение уровня жидкости в первом аппарате,  $\Delta L_2$  – изменение уровня жидкости во втором аппарате).

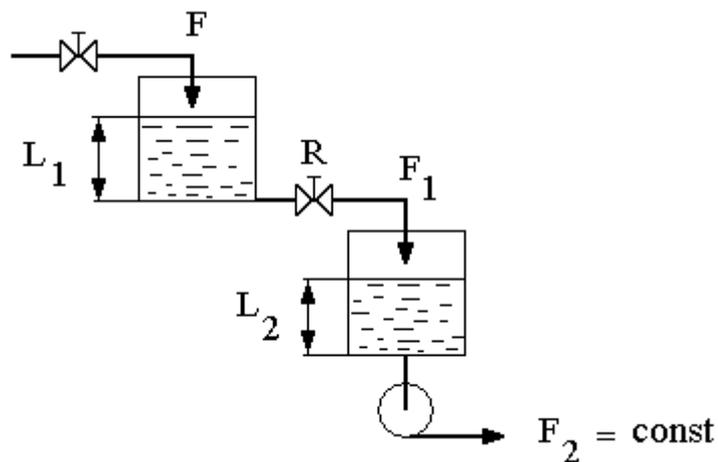


Рис. 2.17

Напишите дифференциальное уравнение объекта, пользуясь кривыми разгона (рис. 2.18), определите коэффициенты дифференциального уравнения и представьте структурную схему объекта.

Как будет изменяться уровень жидкости в первом и во втором аппаратах, если приток жидкости в первый аппарат мгновенно изменили на 2 м<sup>3</sup>/мин, поддерживали его постоянным в течение 10 мин, а затем вернули к прежнему значению?

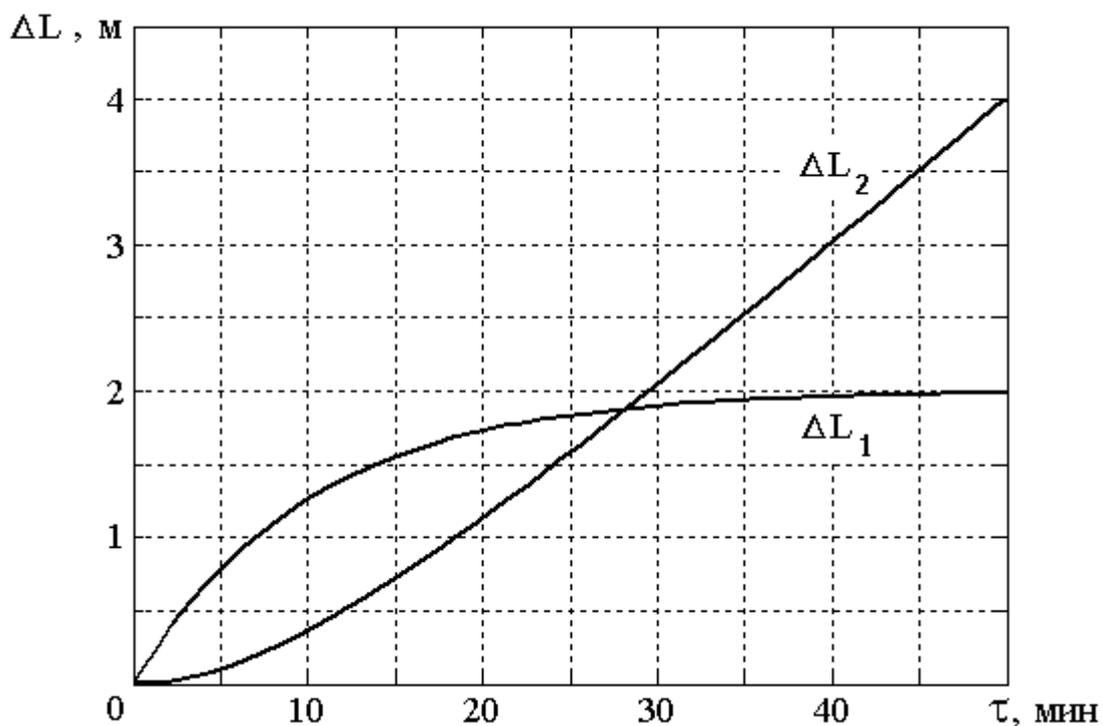


Рис. 2.18

**2.18.** В объекте, свойства которого описаны в задаче 2.17, аппараты соединили так, как показано на рис. 2.19.

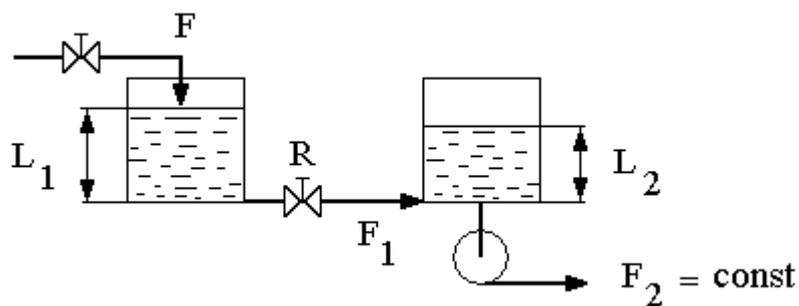


Рис. 2.19

Получите дифференциальные уравнения объекта, связывающие изменение уровня в первом и во втором аппаратах с изменением притока жидкости в первый аппарат.

Определите, как будут меняться во времени уровни жидкости в каждом аппарате при мгновенном изменении притока  $F$  в первый аппарат на  $1 \text{ м}^3/\text{мин}$ .

**2.19.** Реальный химический реактор можно представить в виде соединения реактора идеального вытеснения объёмом  $V_1$  с реактором идеального смешения объёмом  $V_2$ , помещённым в линию рецикла так, как это показано на рис. 2.20:

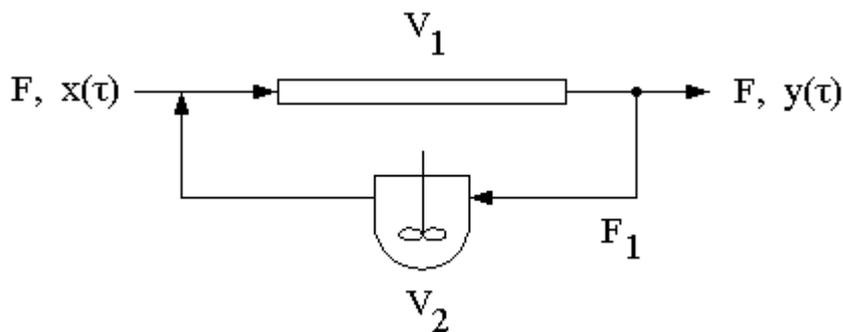


Рис. 2.20

Получите передаточную функцию такого соединения реакторов, связывающую изменение концентрации реагента на выходе  $y(\tau)$  с изменением его концентрации на входе  $x(\tau)$  при условии, что расходы реакционной смеси  $F$  и  $F_1$  (см. рис. 2.20) не изменяются, объём реакционной массы в реакторе идеального смешения постоянен, а химическая реакция не протекает.

**2.20.** Определите передаточную функцию объекта регулирования, структурная схема которого дана на рис. 2.21.

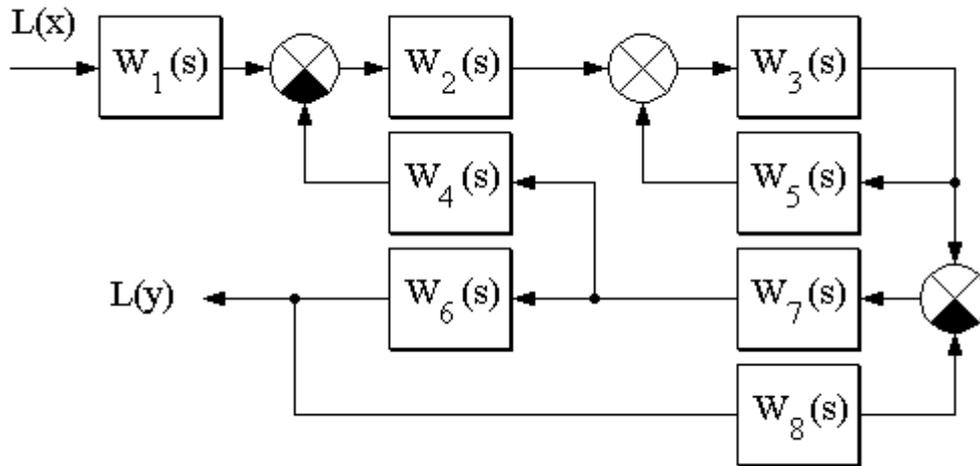


Рис. 2.21

**2.21.** В каскаде из трех реакторов идеального смешения (рис. 2.22) проводят жидкофазную реакцию. Объем реакционной смеси не изменяется. Отклонение концентрации реагента на входе в реактор от номинального значения  $\Delta c_{i-1}$  или отклонение расхода реакционной смеси  $\Delta F$  от номинального значения вызывает изменение концентрации на выходе из реактора  $\Delta c_i$  в соответствии со структурной схемой, приведенной на рис. 2.22.

Определите изменение концентрации  $\Delta c_3$  на выходе из третьего реактора:

а) если произошло единичное ступенчатое изменение расхода  $\Delta F = I(\tau)$ , а концентрация реагента на входе в первый реактор не изменилась ( $\Delta c_0 = 0$ );

б) если произошло единичное ступенчатое изменение концентрации  $\Delta c_0 = I(\tau)$ , а расход реакционной смеси не изменился ( $\Delta F = 0$ ).

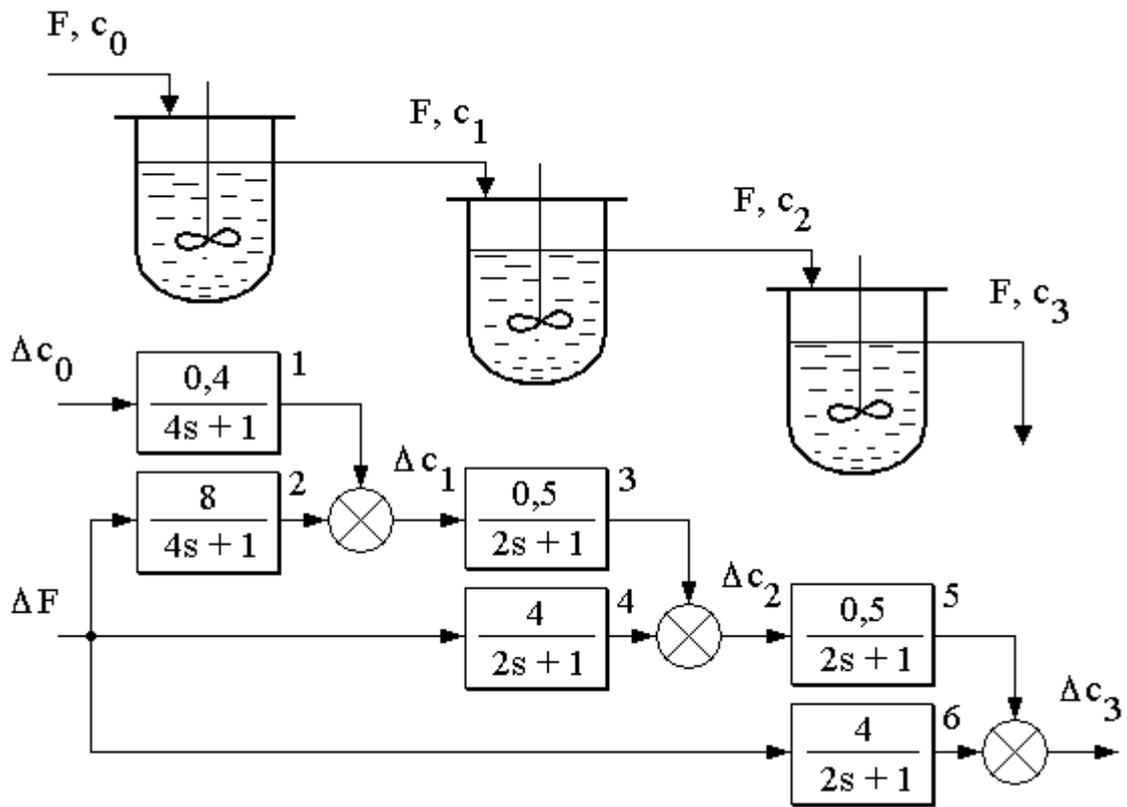


Рис. 2.22

**2.22.** Получите передаточную функцию системы, структурная схема которой изображена на рис. 2.23. Какому динамическому звену она эквивалентна? Постройте кривые разгона полученного звена и звена 1, используя их числовые коэффициенты. Сравните свойства звена 1 и системы, полученной после добавления звена 2.

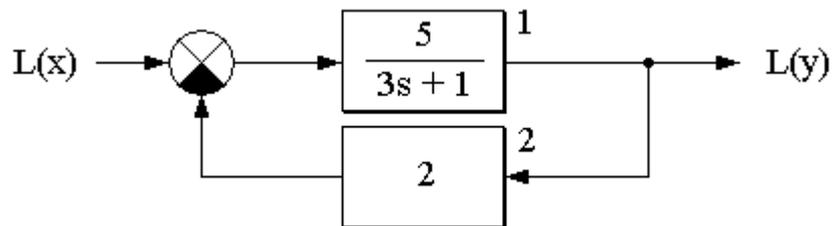


Рис. 2.23

**2.23.** Регулятор (звено 1 на рис. 2.24) охвачен обратной связью (звено 2). Найдите передаточную функцию комбинации звеньев. Назовите закон действия регулятора без обратной связи и с обратной связью.

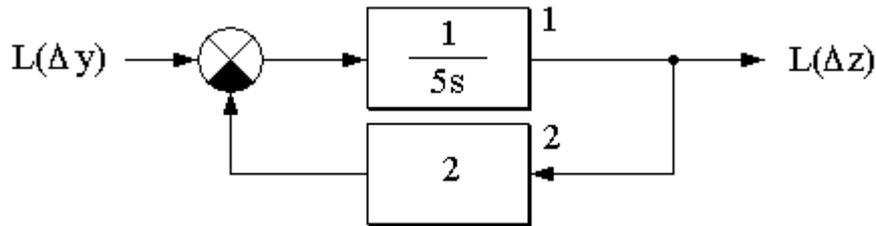


Рис. 2.24

**2.24.** В замкнутой системе управления (рис. 2.25) из-за ошибки при подключении управляющего устройства (звено 2) к реактору идеального смешения (звено 1) вместо отрицательной обратной связи появилась положительная обратная связь.

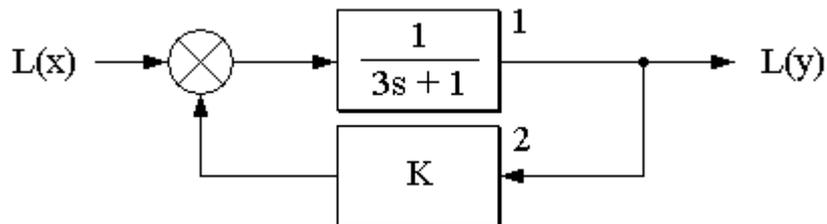


Рис. 2.25

Изменяя параметр настройки управляющего устройства  $K$  (0,5; 1,0; 2,0) в цепи обратной связи, получите передаточные функции системы. Определите, какому динамическому звену эквивалентна система управления при каждом значении  $K$ . Постройте кривые разгона для реактора идеального смешения и для замкнутой системы управления при различных параметрах настройки управляющего устройства. Оцените роль положительной обратной связи в замкнутой системе управления.

**2.25.** Идеальное дифференцирующее звено (его постоянная времени дифференцирования  $T_d = 2$ ) охвачено стопроцентной отрицательной обратной связью.

Нарисуйте блок-схему и получите передаточную функцию комбинации. Какому динамическому звену она соответствует? Как изменился отклик регулятора на рамповое входное воздействие  $x = 5\tau \cdot I(\tau)$  после добавления обратной связи?

**2.26.** В цепь обратной отрицательной связи пневматического двухвходового усилителя 1 с большим коэффициентом усиления ( $K \gg 1$ ) включена пневматическая RC-цепочка, состоящая из пневматического сопротивления 3 и пневматической ёмкости 2 (рис. 2.26).

Нарисуйте блок-схему и, учитывая большой коэффициент усиления пневматического усилителя, получите передаточную функцию комбинации, связывающую входное давление  $P_x$  с выходным давлением  $P_y$ . Какому типовому динамическому звену она соответствует? Постройте кривую разгона звена. Напишите дифференциальное уравнение звена.

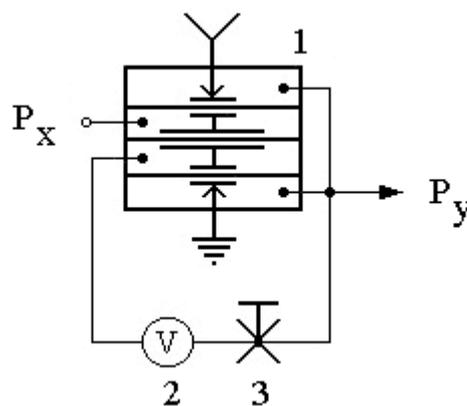


Рис. 2.26

**2.27.** Дана комбинация звеньев (рис. 2.27). Назовите звенья, стоящие в прямой и обратной цепи. Найдите точную и приближённую передаточную

функцию комбинации звеньев. Какому звену (точно и приблизительно) соответствует эта комбинация?

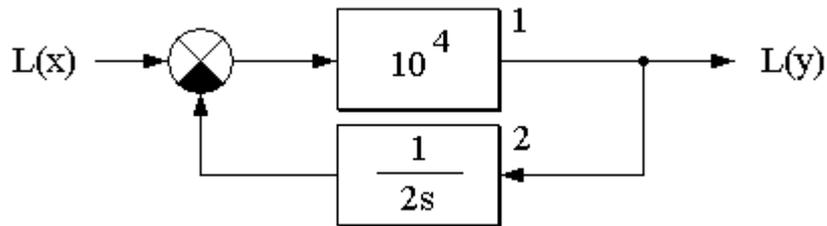


Рис. 2.27

**2.28.** Структурная схема промышленного И-регулятора дана на рис. 2.28. Передаточные функции звеньев, представленных на схеме:

$$W_1(s) = K = 10^3 \quad (K \gg 1)$$

$$W_2(s) = \frac{1}{Ts+1}$$

Найдите передаточную функцию регулятора. Постройте графики переходных характеристик (кривые разгона) для значений постоянной времени интегрирования  $T_a = 2$  мин и  $T_a = 10$  мин.

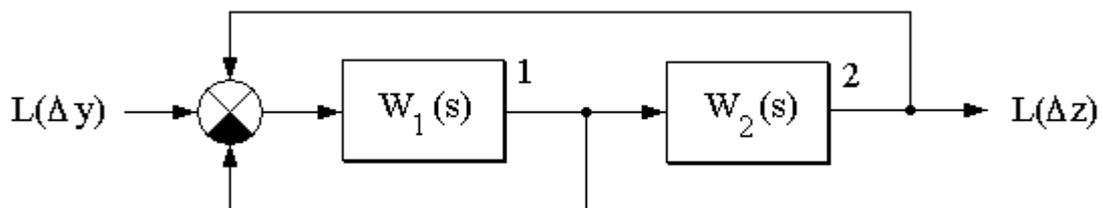


Рис. 2.28

**2.29.** На рис. 2.29 дана структурная схема промышленного регулятора. Получите его передаточную функцию. Какой закон регулирования реализуется? Постройте кривую разгона регулятора.

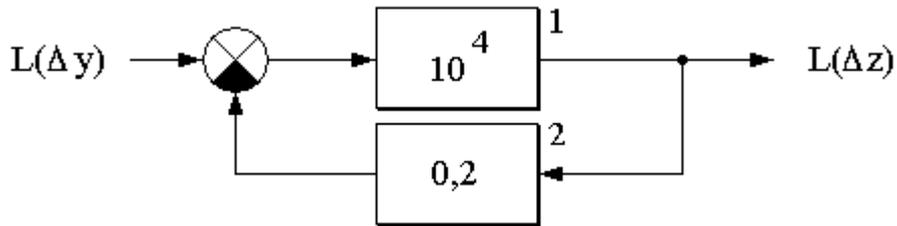


Рис. 2.29

**2.30.** Учитывая, что коэффициент усиления звена 1 величина большая, найдите передаточную функцию регулятора, блок-схема которого представлена на рис. 2.30. Определите закон регулирования и постройте кривую разгона.

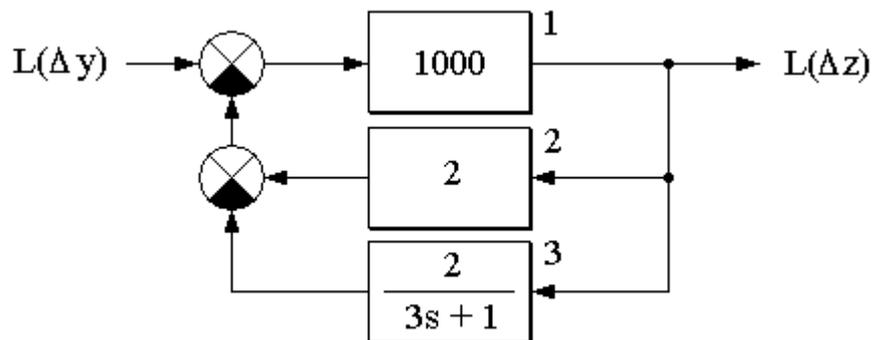


Рис. 2.30

**2.31.** Даны структурные схемы двух промышленных регуляторов (рис. 2.31 и рис. 2.32).

В первой структурной схеме (рис. 2.31):

$$W_1(s) = 2; \quad W_2(s) = \frac{1}{5s}$$

Во второй структурной схеме (рис. 2.32):

$$W_1(s) = 10^3 \gg 1; \quad W_2(s) = \frac{4}{5s+1}; \quad W_3(s) = \frac{1}{2,5s}$$

Получите передаточные функции промышленных регуляторов. Какие законы управления реализуют регуляторы? Постройте кривые разгона промышленных регуляторов.

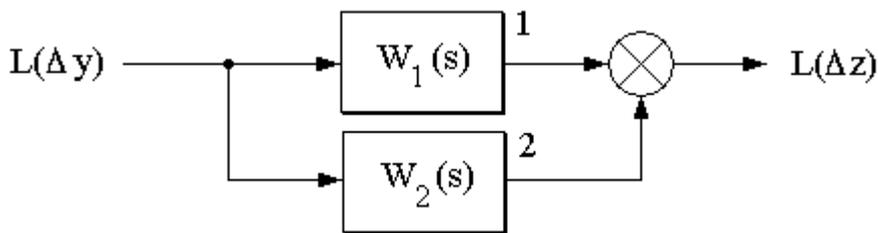


Рис. 2.31

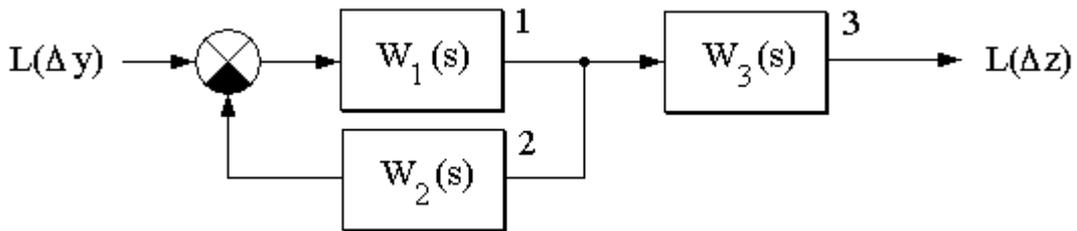


Рис. 2.32

**2.32.** ПИ-закон регулирования может быть реализован устройством, блок-схема которого приведена на рис. 2.33. Определите передаточную функцию  $W_2(s)$  звена, стоящего в цепи обратной связи.

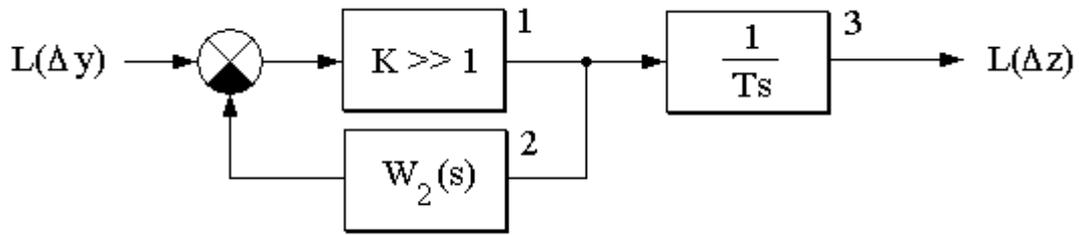


Рис. 2.33

**2.33.** В регулирующем блоке пневматической системы «СТАРТ», реализующем ПИ-закон регулирования, имеется цепочка пневмоэлементов (рис. 2.34), которую можно представить структурной схемой, изображённой на рис. 2.35.

Чему в цепочке пневмоэлементов соответствуют обозначения на структурной схеме?

Получите передаточную функцию цепочки пневмоэлементов. Какому звену она соответствует? Напишите дифференциальное уравнение пневматической цепочки.

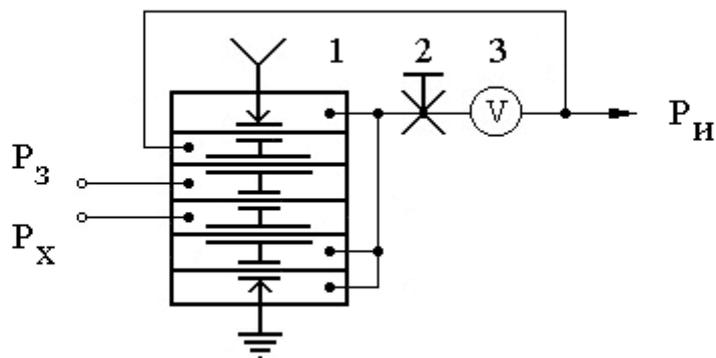


Рис. 2.34

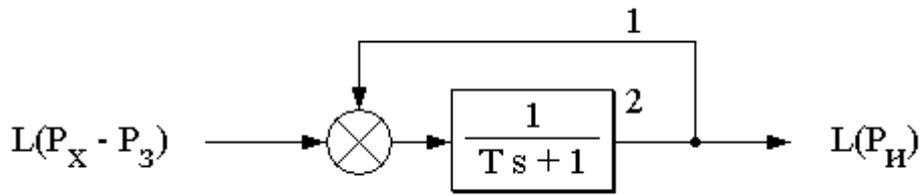


Рис. 2.35

**2.34.** В пневматических регулирующих блоках системы «СТАРТ» заданное и текущее значения регулируемой величины вводятся в виде давления сжатого воздуха  $P_{зад}$  и  $P_x$ , а управляющее воздействие, формируемое регулирующим блоком (регулятором), передается в виде давления сжатого воздуха  $P_{вых}$ . Структурная схема одного из регулирующих блоков системы «СТАРТ» приведена на рис. 2.36.

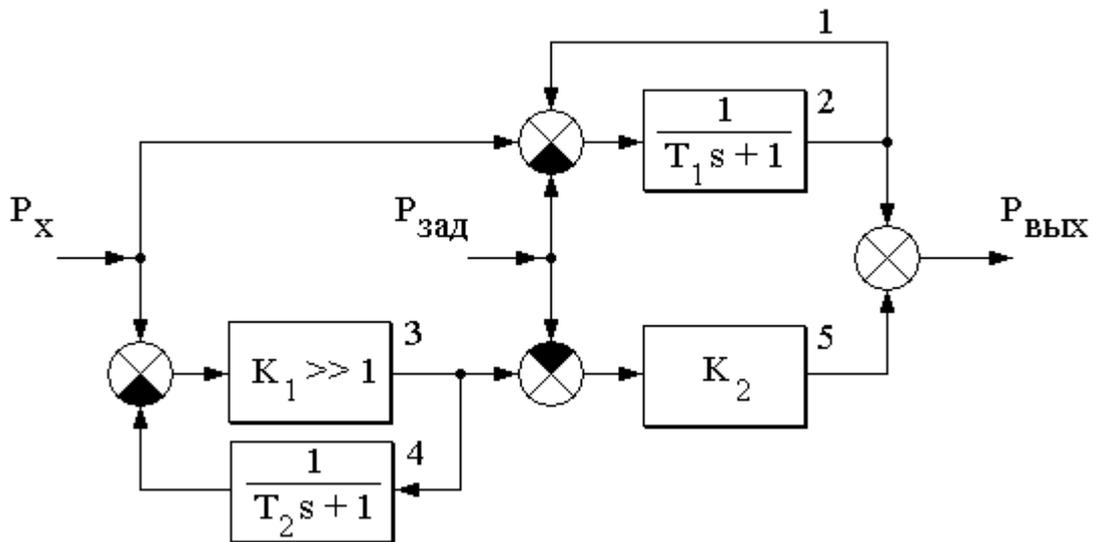


Рис. 2.36

Найдите передаточные функции регулирующего блока по каналу текущего значения регулируемой величины  $W_x(s) = L(P_{вых})/L(P_x)$  и по каналу заданного значения  $W_{зад}(s) = L(P_{вых})/L(P_{зад})$ . Какие законы регулирования реализуются по каждому из каналов?

Определите, как будет меняться давление на выходе регулирующего блока  $P_{вых}$ :

а) при единичном ступенчатом изменении задания  $\Delta P_{зад} = I(\tau)$  и постоянном значении регулируемого параметра  $P_x = const$ ;

б) при единичном ступенчатом изменении регулируемого параметра  $\Delta P_x = I(\tau)$  и постоянном значении задания  $P_{зад} = const$ .

**2.35.** Пневматический приборный регулятор может быть представлен структурной схемой, приведённой на рис. 2.37:

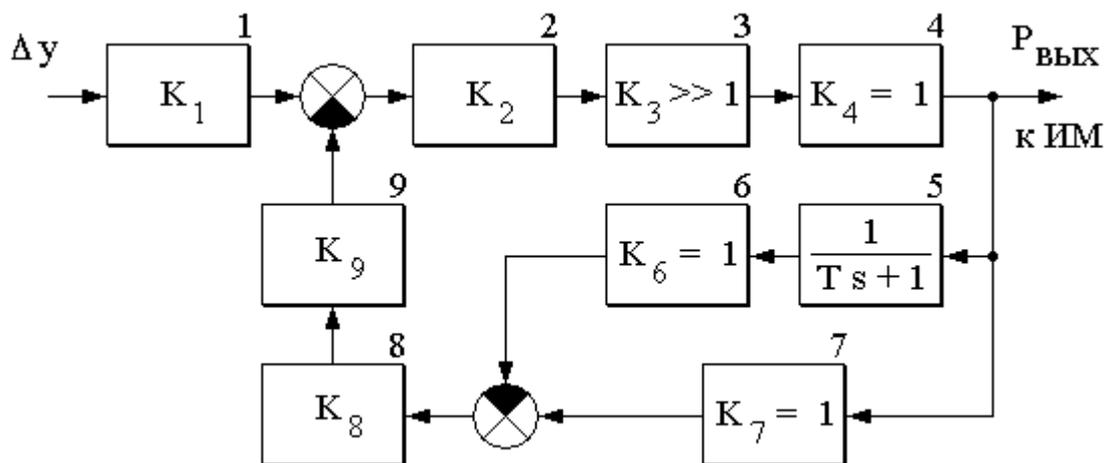


Рис. 2.37

где  $\Delta y$  – отклонение регулируемого параметра от заданного значения;  $P_{вых}$  – управляющее воздействие, формируемое регулятором и передаваемое в виде давления сжатого воздуха на исполнительный механизм системы регулирования.

Получите передаточную функцию регулятора. Какой закон регулирования он реализует? Постройте кривую разгона регулятора.

**2.36.** Структурная схема системы регулирования, состоящей из реактора идеального смешения 1 и пропорционального управляющего устройства (регулятора) 2, представлена на рис. 2.38. Постройте кривые разгона реактора без регулятора и системы регулирования. Как влияет величина параметра настройки регулятора  $K_p$  на динамические и статические свойства системы регулирования (для сравнения параметр настройки регулятора  $K_p$  выберите равным  $1/K_o$ ,  $2/K_o$ ,  $10/K_o$ )?

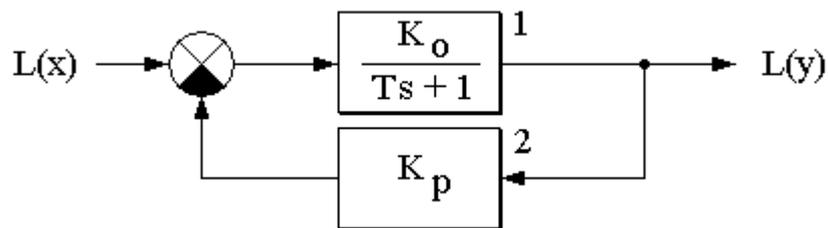


Рис. 2.38

**2.37.** В системе регулирования (рис. 2.38) П-регулятор заменили ПД-регулятором. Получите передаточные функции и постройте кривые разгона системы регулирования с П-регулятором и с ПД-регулятором. Как изменились динамические свойства системы регулирования при замене П-регулятора на ПД-регулятор?

**2.38.** В реакторе идеального смешения проводят жидкофазную реакцию. Отклонение концентрации продукта от заданного значения  $\Delta c_1$ , вызванное отклонением концентрации реагента в сырье  $\Delta c_0$  от номинального значения, устраняется регулятором, изменяющим расход сырья  $\Delta F$ . Уравнение объекта регулирования (реактора) выглядит так:

$$4 \frac{d\Delta c_1}{d\tau} + \Delta c_1 = 0,5 \Delta c_0 + 1,5 \Delta F .$$

Определите остаточное отклонение в системе регулирования после единичного ступенчатого изменения концентрации реагента в сырье  $\Delta c_o = I(\tau)$ , если регулятор реализует:

- а) П-закон регулирования ( $K_p = 2$ );
- б) ПД-закон регулирования ( $K_p = 2, T_d = 8$ ).

Для каждого варианта можно рекомендовать следующий порядок решения:

- Нарисуйте структурную схему системы регулирования;
- Определите её передаточную функцию;
- Постройте кривую регулирования  $\Delta c_I(\tau)$ . Значение  $\Delta c_I(\infty)$  является остаточным отклонением;

Проверьте, получится ли тот же результат, если воспользоваться свойством 10 из табл. 1 (см. приложение). Как влияет Д-составляющая на процесс регулирования?

**2.39.** Дана структурная схема промышленного регулятора (рис. 2.39). Получите его передаточную функцию. Какой закон регулирования реализует регулятор с данной структурной схемой? Постройте кривую разгона регулятора.

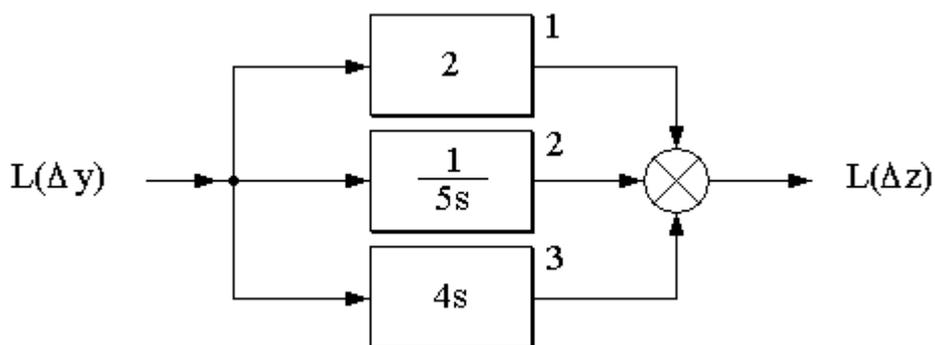


Рис. 2.39

2.40. При исследовании системы регулирования температуры реактора, структурная схема которой приведена на рис. 2.40, провели следующий опыт. В момент, когда система регулирования находилась в статическом режиме, мгновенно изменили заданное значение температуры  $t_{зад}$  на  $10^\circ\text{C}$  и с помощью регистрирующего прибора записали изменение температуры реактора  $t$  во времени (рис. 2.41).

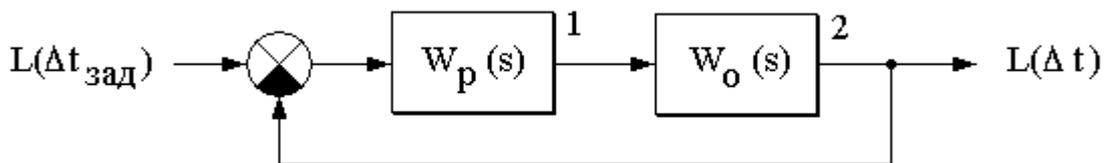


Рис. 2.40

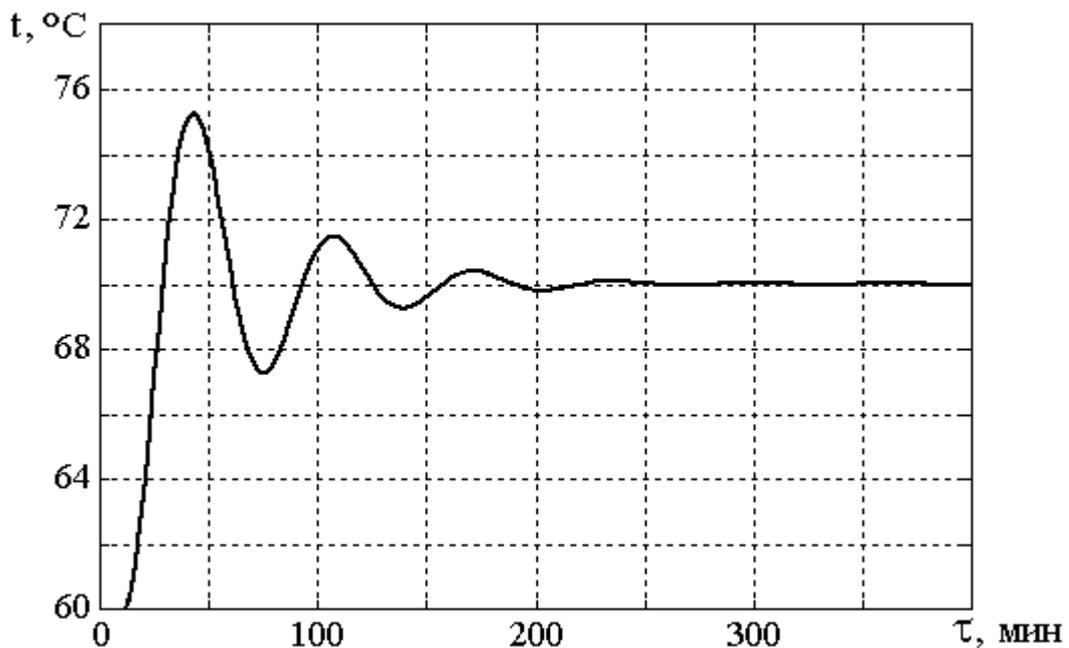


Рис. 2.41

Определите передаточную функцию объекта регулирования  $W_o(s)$ , если известна передаточная функция регулятора  $W_p(s) = 1$ .

**2.41.** Для определения свойств системы регулирования провели эксперимент, в ходе которого, убедившись, что система регулирования находится в статическом режиме, быстро изменили заданное значение регулируемого параметра на 20% и с помощью регистрирующего прибора записали изменение регулируемого параметра во времени  $y(\tau)$  (рис. 2.42). Для сокращения времени эксперимента не дожидались завершения переходного процесса, предполагая определить новое установившееся значение регулируемого параметра  $y_\infty$  по его текущим значениям в переходном процессе.

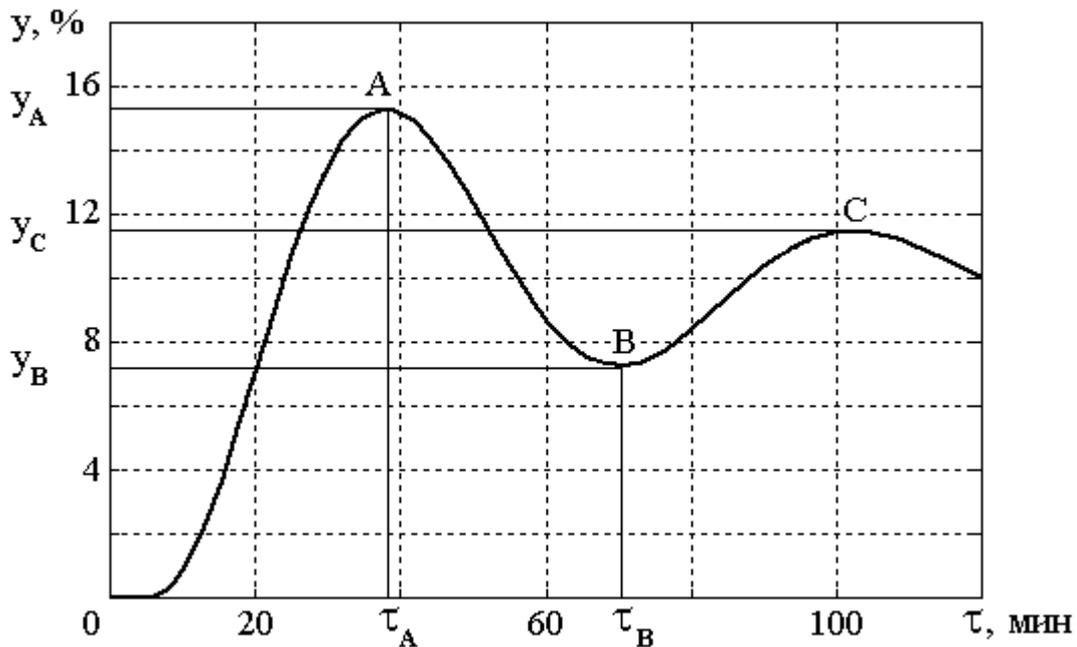


Рис. 2.42

Определите передаточную функцию системы регулирования по каналу задающего воздействия и время переходного процесса.

*Подсказка 1:* Передаточную функцию системы регулирования можно считать приблизительно такой же, как у последовательного соединения колебательного статического звена второго порядка и звена запаздывания.

Подсказка 2: Новое установившееся значение регулируемого параметра  $y_\infty$  можно определить с помощью формулы:

$$y_\infty = \lim_{\tau \rightarrow \infty} y(\tau) = \frac{y_A y_C - y_B^2}{y_A + y_C - 2y_B}$$

2.42. На рис. 2.43 приведена структурная схема компенсационной системы автоматического регулирования, где:

- $L(x)$  – изображение по Лапласу возмущающего воздействия;
- $L(z)$  – изображение по Лапласу управляющего воздействия;
- $L(y)$  – изображение по Лапласу регулируемого параметра;
- $W_{ox}(s)$  – передаточная функция объекта регулирования по каналу возмущающего воздействия;
- $W_{oz}(s)$  – передаточная функция объекта регулирования по каналу регулирующего воздействия;
- $W_k(s)$  – передаточная функция компенсатора.

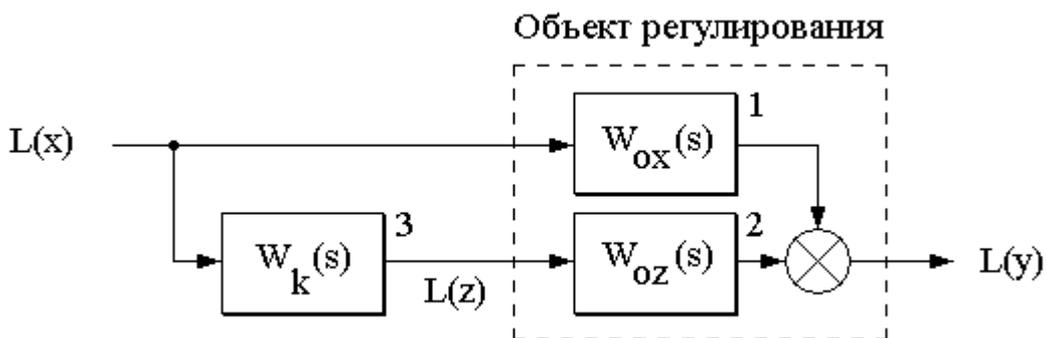


Рис. 2.43

Определить передаточную функцию «идеального» компенсатора, т.е. такого компенсатора, который обеспечивает равенство нулю реакции объекта  $y(\tau) = 0$  на любое возмущающее воздействие  $x(\tau)$ .

2.43. На рис. 2.44 и 2.45 даны структурные схемы комбинированных автоматических систем регулирования, где:

- $L(y_{зад})$  – изображение по Лапласу задающего воздействия;
- $W_p(s)$  – передаточная функция регулятора.

Остальные обозначения такие же, как в предыдущей задаче (рис. 2.43).

Для каждой из систем определить передаточную функцию «идеального» компенсатора, обеспечивающего инвариантность системы регулирования по отношению к возмущающему воздействию  $x(\tau)$ .

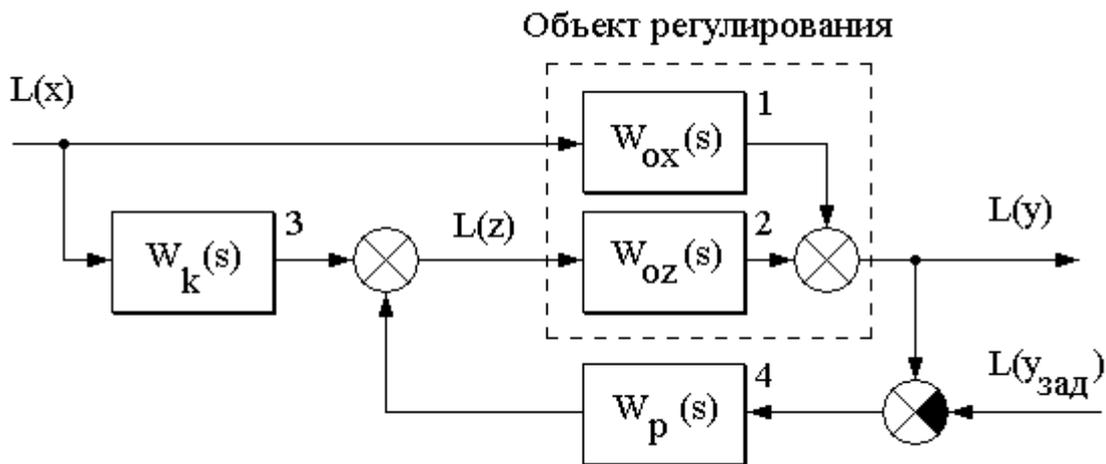


Рис. 2.44

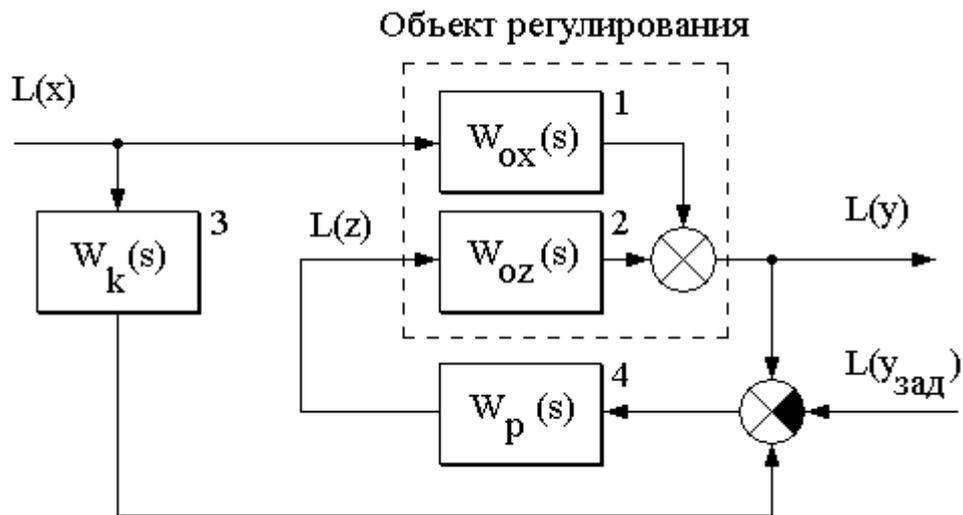


Рис. 2.45

**2.44.** На рис. 2.46 представлена структурная схема регулирования объекта (на схеме отмечен пунктирной рамкой) с взаимосвязанными параметрами: каждый из входных параметров ( $z_1$  и  $z_2$ ), воздействует на оба выходных параметра ( $y_1$  и  $y_2$ ).

При расчёте систем регулирования в этом случае необходимо учитывать внутренние связи и другие контуры регулирования. На рис. 2.47 приведена часть структурной схемы, эквивалентная «объекту регулирования» по отношению к регулятору  $R_1$ . Можно привести похожую структурную схему, эквивалентную «объекту регулирования» для регулятора  $R_2$ .

Определить передаточные функции «эквивалентных объектов» для регуляторов  $R_1$  и  $R_2$ :

$$W_1(s) = \frac{L(y_1)}{L(z_1)}; \quad W_2(s) = \frac{L(y_2)}{L(z_2)}$$

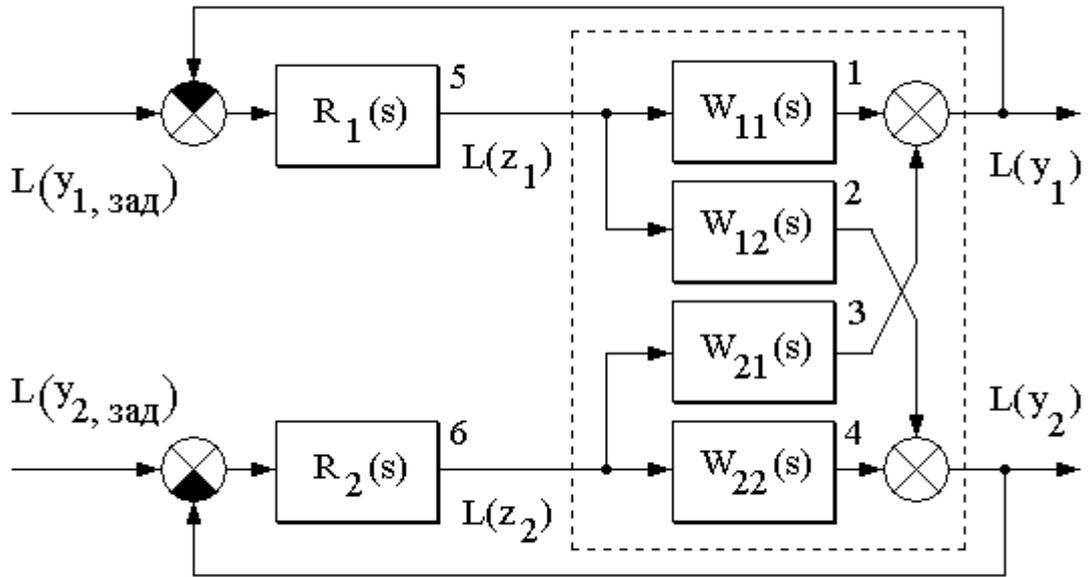


Рис. 2.46

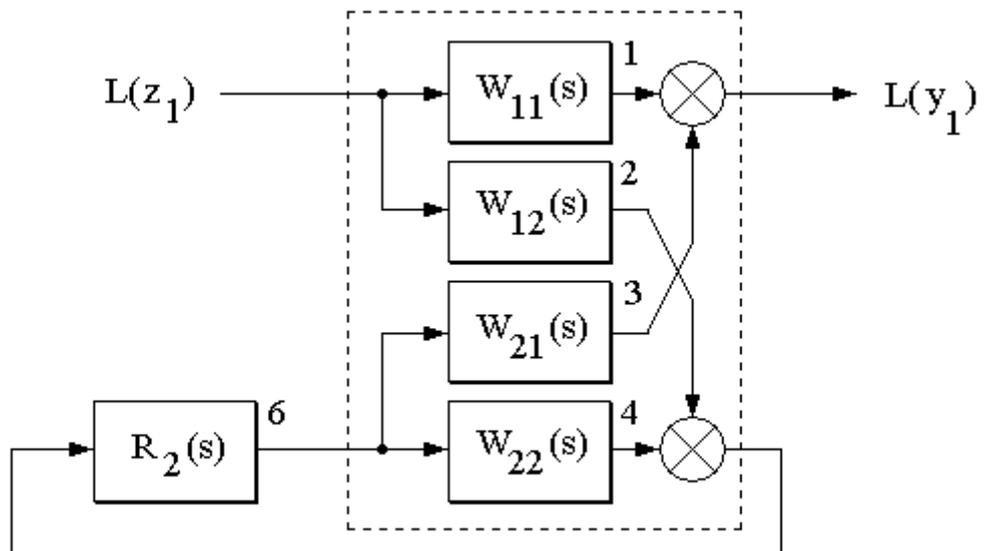


Рис. 2.47

## ПРИЛОЖЕНИЕ

Таблица 1

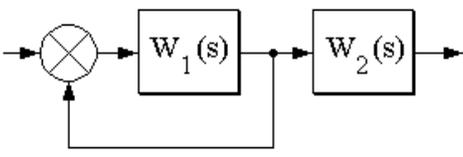
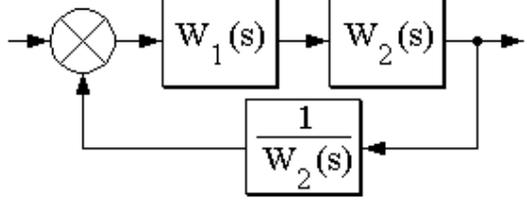
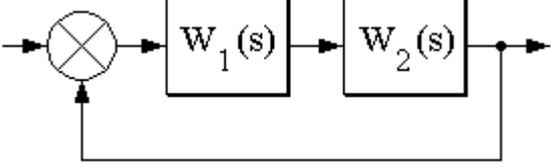
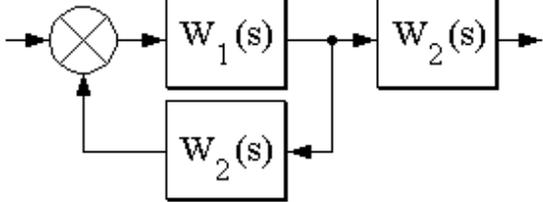
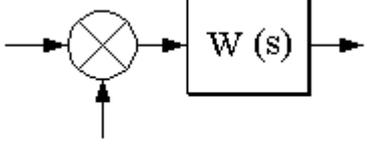
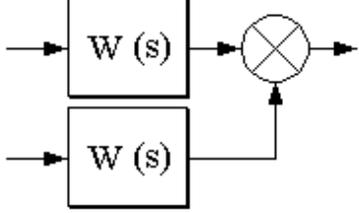
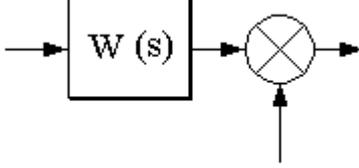
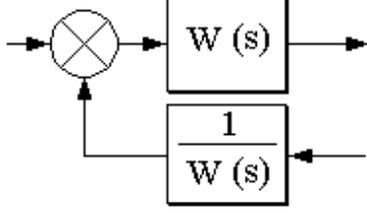
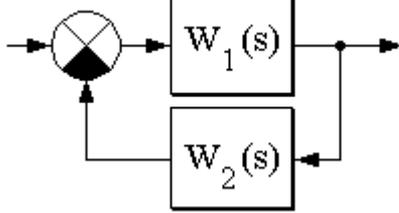
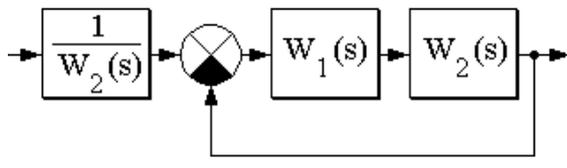
### Свойства преобразования Лапласа

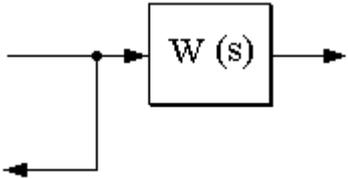
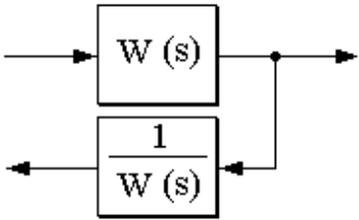
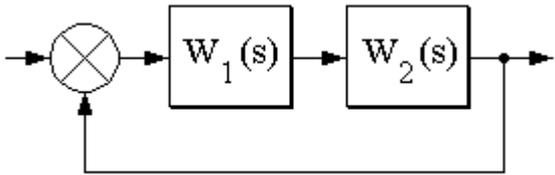
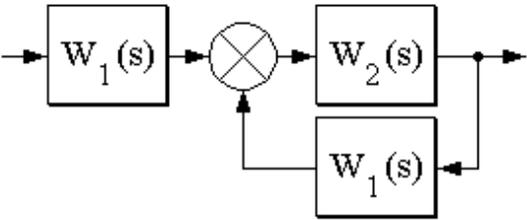
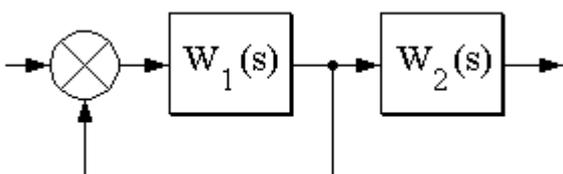
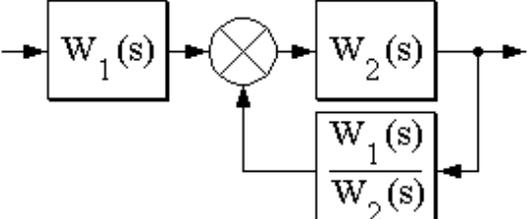
№	Оригинал	Изображение
1	$f(\tau)$	$F(s) = L[f(\tau)] = \int_0^{\infty} f(\tau) e^{-s\tau} d\tau$
2	$c_1 f_1(\tau) + c_2 f_2(\tau)$	$c_1 L[f_1(\tau)] + c_2 L[f_2(\tau)]$
3	$f'(\tau)$	$s L[f(\tau)] - f(0)$
4	$f^{(n)}(\tau)$	$s^n L[f(\tau)] - s^{n-1} f(0) - \dots - f^{(n-1)}(0)$
5	$\int_0^{\tau} f(t) dt$	$\frac{L[f(\tau)]}{s}$
6	$f(\tau - c) \quad (c > 0)$	$L[f(\tau)] e^{-cs}$
7	$f(\tau) e^{cs}$	$F(s - c)$
8	$f(c\tau) \quad (c > 0)$	$\frac{1}{c} F\left(\frac{s}{c}\right)$
9	$f_1 * f_2 = \int_0^{\tau} f_1(t) f_2(\tau - t) dt$	$F_1(s) F_2(s)$
10	$\lim_{\tau \rightarrow \infty} f(\tau)$	$\lim_{s \rightarrow 0} s L[f(\tau)]$
11	$\lim_{\tau \rightarrow 0} f(\tau)$	$\lim_{s \rightarrow \infty} s L[f(\tau)]$

Преобразование Лапласа некоторых функций

№	Оригинал	Изображение
1	$\delta(\tau)$	1
2	$1(\tau)$	$\frac{1}{s}$
3	$\tau$	$\frac{1}{s^2}$
4	$\tau^n$	$\frac{n!}{s^{n+1}}$
5	$e^{-c\tau}$	$\frac{1}{s+c}$
6	$1 - e^{-\frac{\tau}{T}}$	$\frac{1}{s(Ts+1)}$
7	$\frac{e^{-c\tau} + c\tau - 1}{c^2}$	$\frac{1}{(s+c)s^2}$
8	$\cos(\omega\tau)$	$\frac{s}{s^2 + \omega^2}$
9	$\sin(\omega\tau)$	$\frac{\omega}{s^2 + \omega^2}$
10	$\frac{e^{-a\tau} - e^{-b\tau}}{b-a}$	$\frac{1}{(s+a)(s+b)}$
11	$\frac{\tau^{n-1}e^{-c\tau}}{(n-1)!}$	$\frac{1}{(s+c)^n}$
12	$\frac{(b-c)e^{-a\tau} + (a-c)e^{-b\tau} + (a-b)e^{-c\tau}}{(a-b)(b-c)(c-a)}$	$\frac{1}{(s+a)(s+b)(s+c)}$

Правила преобразования  
структурных схем

Исходная схем	Эквивалентная схема
	
	
	
	
	

Исходная схем	Эквивалентная схема
	
	
	

## **Литература**

1. Жукова Г. С., Митрохин С. И., Дарсалия В. Ш. Дифференциальные уравнения / РХТУ им. Д. И. Менделеева. М., 1999. 366 с.
2. Коваль Ж. А., Харитонов Н. И., Шмультян И. К. Сборник упражнений и задач по курсу «Автоматика и автоматизация производства» / МХТИ им. Д. И. Менделеева. М., 1982. 64 с.
3. Полоцкий Л. М., Лапшенков Г. И. Автоматизация химических производств. М.: Химия, 1982. 296 с.
4. Эрриот П. Регулирование производственных процессов. М.: Энергия, 1967. 489 с.
5. Сборник задач по теории автоматического регулирования и управления / Под ред. В. А. Бесекерского. М.: Наука, 1978. 512 с.
6. Справочник по теории автоматического управления / Под ред. А. А. Красовского. М.: Наука, 1987. 712 с.

БЕСПАЛОВ Александр Валентинович

ХАРИТОНОВ Николай Иванович

ЗОЛОТУХИН Сергей Егорович

ФИНЯКИН Леонид Николаевич

САДИЛЕНКО Алевтина Степановна

ГРУНСКИЙ Владимир Николаевич

**ДИНАМИЧЕСКИЕ ЗВЕНЬЯ  
ВРЕМЕННЫЕ ХАРАКТЕРИСТИКИ**

Редактор Н. А. Заходякина

---

Лицензия ПР N 020714 от 02.02.98.

Подписано в печать

2001. Формат 60x84 1/16. Бумага

типографская.

Отпечатано на ризографе.

Усл. печ. л.

. Уч.-изд. л.

. Тираж 500 экз. Заказ

.

---

Российский химико-технологический университет им. Д.И.Менделеева

Издательский центр

Адрес университета и издательского центра: 125047 Москва, Миусская пл., 9